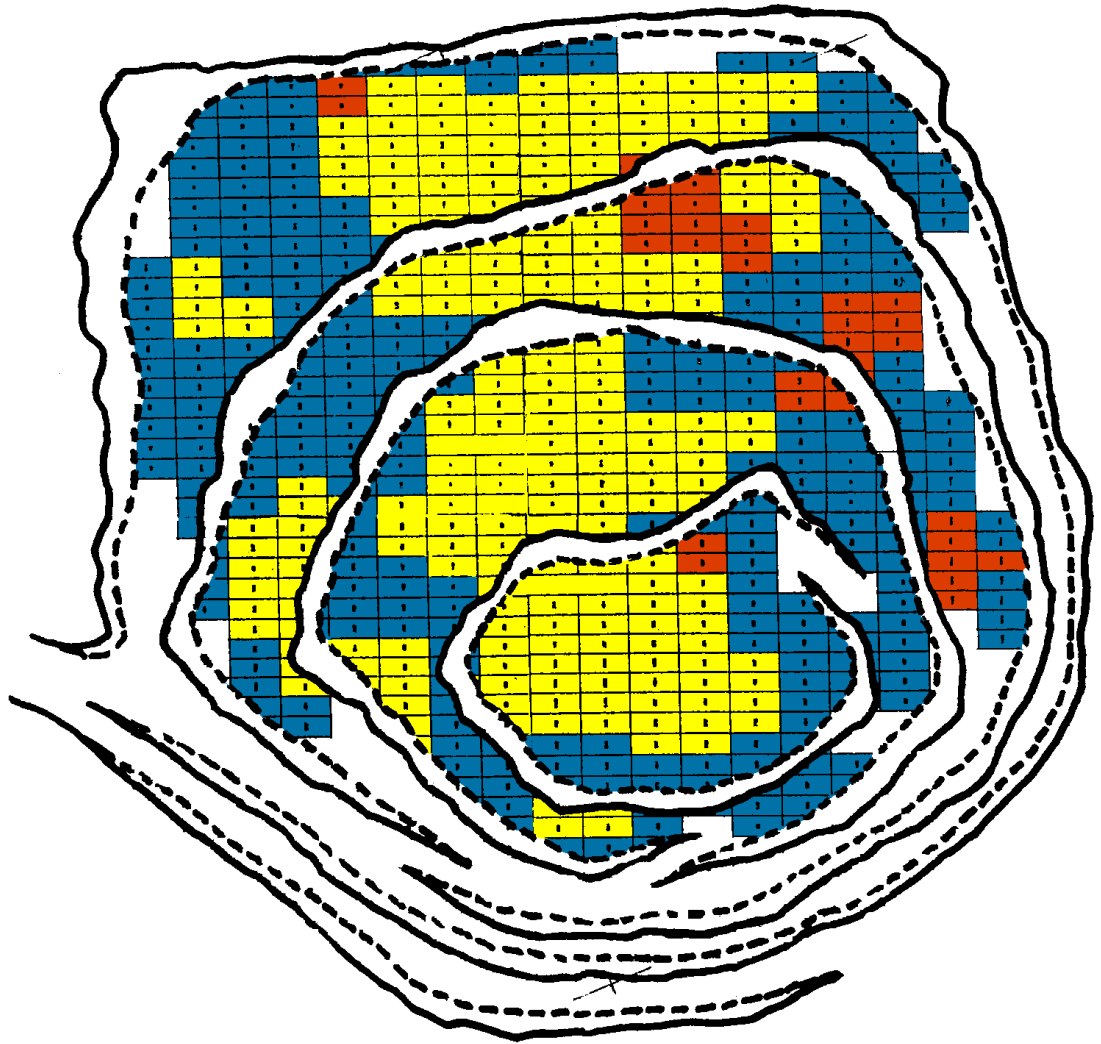




Universidad
Politécnica
de Cartagena

Topografía y cartografía mineras

2ª edición revisada y actualizada



*Antonio García Martín
Manuel Rosique Campoy
Manuel Torres Picazo*

Topografía y cartografía mineras

**Antonio García Martín
Manuel Rosique Campoy
Manuel Torres Picazo**

2ª edición revisada y actualizada

© 2017, Antonio García Martín, Manuel Rosique Campoy,
Manuel Torres Picazo

© 2017, Universidad Politécnica de Cartagena
CRAI Biblioteca
Plaza del Hospital, 1
30202 Cartagena
968325908
ediciones@upct.es



1ª edición, 2014

2ª edición rev. y act., 2017

ISBN: 978-84-16325-40-5

© Imagen de la cubierta: elaboración del autor

© De las imágenes e ilustraciones, sus autores.



Esta obra está bajo una licencia de **Reconocimiento-NO comercial-SinObraDerivada (by-nc-nd)**: no se permite el uso comercial de la obra original ni la generación de obras derivadas. http://es.creativecommons.org/blog/wp-content/uploads/2013/04/by-nc-nd.eu_petit.png

ÍNDICE

UNIDAD DIDÁCTICA I: GEODESIA

1. INTRODUCCIÓN A LA GEODESIA

1.1.- Geoide y elipsoide	1
1.2.- Elementos del elipsoide; sistemas de coordenadas	2
1.3.- Orientación geodésica y convergencia de meridianos	3
1.4.- Sistemas de referencia y marcos de referencia geodésicos	4
1.5.- Ejercicios	7

2. CÁLCULOS GEODÉSICOS

2.1.- Desviación de la vertical. Ángulo radial de la vertical	9
2.2.- Radios de curvatura del elipsoide	10
2.3.- Valor lineal de los arcos de paralelo y de meridiano	11
2.4.- Correcciones para reducir al elipsoide las distancias medidas	11
2.4.1- Reducción al horizonte medio	12
2.4.2- Reducción al nivel del mar	12
2.4.3- Paso de la cuerda al arco	12
2.5.- Ejercicios	13

3. GEODESIA ESPACIAL

3.1.- Introducción al GNSS	15
3.2.- Cómo funciona el GNSS	15
3.3.- Características fundamentales	16
3.4.- Receptor GNSS topográfico	16
3.5.- Medición de las distancias	17
3.6.- Tipos de posicionamiento en GNSS	18
3.7.- Métodos de observación	19
3.7.1.- Relativo-estático-fase-postproceso	19
3.7.2.- RTK: Real Time Kinematic	20
3.7.2.1.- Redes de estaciones de referencia GNSS que operan continuamente: CORS	21
3.7.2.2.- Aplicación en minería	23

UNIDAD DIDÁCTICA II: CARTOGRAFÍA

4. INTRODUCCIÓN A LA CARTOGRAFÍA. PROYECCIÓN LAMBERT

4.1.- Generalidades	25
4.1.1.- Proyecciones cartográficas empleadas en minería	25
4.2.- Proyección Lambert	26
4.3.- Coordenadas Lambert	27
4.3.1.- Transformación de coordenadas geográficas en cartesianas	27

4.3.2.-	Transformación de coordenadas cartesianas en geográficas	27
4.4.-	Orientación Lambert	29
4.5.-	Distancia Lambert	29
4.6.-	Ejercicios	30
5.	PROYECCIÓN UTM. CAMBIO DE ELIPSOIDE	
5.1.-	Proyección UTM	33
5.2.-	Coordenadas UTM	34
5.2.1.-	Transformación de coordenadas geográficas en cartesianas	34
5.2.2.-	Transformación de coordenadas cartesianas en geográficas	35
5.3.-	Orientación UTM	36
5.3.1.-	Cálculo de la convergencia UTM a partir de las coordenadas geográficas	36
5.3.2.-	Cálculo de la convergencia UTM a partir de las coordenadas cartesianas	37
5.4.-	Distancia UTM	37
5.5.-	Cambio de sistema de referencia geodésico	37
5.5.1.-	Transformación entre coordenadas geográficas antiguas y modernas	38
5.5.2.-	Cambio de sistema de referencia ED50 a ETRS89	39
5.6.-	Ejercicios	40
6.	SIG, TELEDETECCIÓN Y MODELOS DIGITALES DEL TERRENO	
6.1.-	Sistemas de Información Geográfica	43
6.1.1.-	Tipos de SIG	43
6.2.-	Teledetección	48
6.2.1.-	Sistemas empleados	48
6.2.2.-	El espectro electromagnético	48
6.2.3.-	Tratamiento digital de imágenes; aplicaciones	49
6.3.-	Modelos Digitales del Terreno	50
6.3.1.-	Generación de un MDE	52
6.3.2.-	Aplicaciones de los MDT	52

UNIDAD DIDÁCTICA III: REGISTROS MINEROS

7. LEGISLACIÓN

7.1.-	Introducción	55
7.2.-	Clasificación de los recursos mineros	55
7.3.-	Registros mineros	56
7.3.1.-	Permisos de exploración, de investigación y de explotación	57
7.3.2.-	Zonas de reserva a favor del Estado	58
7.3.3.-	Terrenos francos y terrenos registrables	59
7.3.4.-	Demasías	59
7.4.-	Registros mineros de legislaciones antiguas	59

8. DEMARCACIÓN Y REPLANTEO DE REGISTROS MINEROS

8.1.- Solicitud de un registro minero	61
8.2.- Demarcación de registros mineros	61
8.3.- Valor lineal de los lados de un registro minero	62
8.4.- Replanteo del punto de partida de un registro minero	62
8.4.1.- Registros mineros antiguos	64
8.5.- Replanteo de las esquinas de un registro minero	64
8.6.- Cálculo de demasías	65
8.7.- Ejercicios	66

UNIDAD DIDÁCTICA IV: TOPOGRAFÍA SUBTERRÁNEA

9. LA TOPOGRAFÍA SUBTERRÁNEA. JUSTIFICACIÓN

9.1.- Introducción	71
9.2.- Nociones de minería subterránea	72
9.3.- Planos reglamentarios en minería	73
9.4.- Ejercicios	75

10. INSTRUMENTOS USADOS EN TOPOGRAFÍA SUBTERRÁNEA

10.1.- Señalización de los puntos de estación	77
10.2.- Medida de ángulos	78
10.2.1.- Teodolitos, taquímetros y estaciones totales	78
10.2.2.- Brújulas	80
10.2.3.- Eclímetros	81
10.3.- Medida de distancias	81
10.3.1.- Medida directa de distancias horizontales	81
10.3.2.- Medida directa de distancias verticales	82
10.3.3.- Medida indirecta de distancias	83
10.4.- Ejercicios	84

11. MÉTODOS TOPOGRÁFICOS SUBTERRÁNEOS

11.1.- Introducción	87
11.2.- Métodos planimétricos	87
11.2.1.- Método itinerario	88
11.2.2.- Método de radiación	91
11.2.3.- Método de abscisas y ordenadas	92
11.3.- Métodos altimétricos	92
11.3.1.- Nivelación trigonométrica	93
11.3.2.- Nivelación geométrica	94
11.4.- Toma de avances	95
11.5.- Ejercicios	97

12. ENLACE ENTRE LEVANTAMIENTOS SUBTERRÁNEOS Y DE SUPERFICIE

12.1.- Introducción	105
12.2.- Coordenadas	105

12.3.- Transmisión de orientación	106
12.3.1.- Transmisión de orientación mediante itinerario enlazado con el exterior	107
12.3.2.- Transmisión de orientación por métodos magnéticos	107
12.3.3.- Transmisión de orientación por métodos ópticos	108
12.3.4.- Transmisión de orientación por métodos mecánicos	110
12.3.5.- Transmisión de orientación por métodos giroscópicos	114
12.4.- Ejercicios	115
13. ROMPIMIENTOS MINEROS	
13.1.- Introducción	119
13.2.- Rompimientos en pozos	120
13.2.1.- Cálculo del rompimiento	120
13.2.2.- Replanteo de pozos	121
13.3.- Rompimientos en línea recta	122
13.3.1.- Cálculo del rompimiento	122
13.3.2.- Replanteo de labores en línea recta	123
13.4.- Rompimientos en curva	124
13.4.1.- Curvas circulares	124
13.4.2.- Curvas circulares compuestas	127
13.4.3.- Curvas parabólicas	127
13.4.4.- Curvas helicoidales cilíndricas	128
13.5.- Ejercicios	129
UNIDAD DIDÁCTICA V: APLICACIONES	
14. APLICACIONES GEOLÓGICO-MINERAS	
14.1.- Introducción	137
14.1.1.- Conceptos básicos	137
14.2.- Dirección y buzamiento	138
14.2.1.- Con brújula de geólogo	139
14.2.2.- Mediante procedimientos topográficos	140
14.2.3.- A partir de las coordenadas de tres puntos del estrato	141
14.3.- Potencia	143
14.3.1.- Cálculo por observaciones en superficie	143
14.3.2.- Cálculo a partir de datos de sondeos	144
14.4.- Ejercicios	145
15. TOPOGRAFÍA EN EXPLOTACIONES MINERAS A CIELO ABIERTO	
15.1.- Introducción	151
15.2.- Trabajos topográficos iniciales	152
15.2.1.- Establecimiento de la red trigonométrica	152
15.2.2.- Levantamiento inicial	154
15.3.- Trabajos topográficos en la fase de proyecto	154

1. INTRODUCCIÓN A LA GEODESIA

La Geodesia se ocupa del estudio y la determinación de la forma y dimensiones de la Tierra. Proporciona los métodos necesarios para determinar las posiciones de una serie de puntos (vértices) distribuidos por toda la zona objeto de sus trabajos y a partir de las cuales se puede deducir la forma de ésta. Estos puntos pueden servir también de apoyo a los trabajos topográficos.

Según los métodos aplicados podemos dividir la Geodesia en distintas ramas:

- **Astronomía Geodésica.-** Permite calcular, mediante observaciones astronómicas, las coordenadas geográficas y la dirección de la meridiana en un punto.
- **Geodesia clásica o geométrica.-** Emplea el elipsoide como superficie de referencia, midiendo ángulos y distancias y resolviendo triángulos elipsoídicos. Resuelve la forma y dimensiones sobre dicha superficie.
- **Geodesia física o dinámica.-** Estudia el campo gravitatorio, partiendo de mediciones gravimétricas. Permite conocer la forma pero no las dimensiones. Por eso es necesario que se apoye en puntos obtenidos mediante otras ramas de la Geodesia.
- **Geodesia espacial o tridimensional.-** Utiliza satélites espaciales para determinar las coordenadas. Trata el problema de la forma y dimensiones de la Tierra en un sistema de referencia cartesiano tridimensional, en el que el elipsoide sólo será una superficie auxiliar sobre la que recalcular las coordenadas geográficas.

1.1.- GEOIDE Y ELIPSOIDE

Si prolongásemos el nivel medio del agua de los mares por debajo de los continentes, obtendríamos una superficie equipotencial que se denomina *geoide*. Esta figura se admite como forma real de la Tierra, pero tiene el inconveniente de ser irregular, lo que la hace inapropiada para adoptarla como superficie de referencia. El geoide se toma como origen de altitudes ortométricas y es normal a todas las líneas de fuerza del campo gravitatorio terrestre. La determinación del geoide se convierte así en uno de los objetivos fundamentales de la Geodesia y en concreto de la rama física o dinámica, a partir de datos gravimétricos.

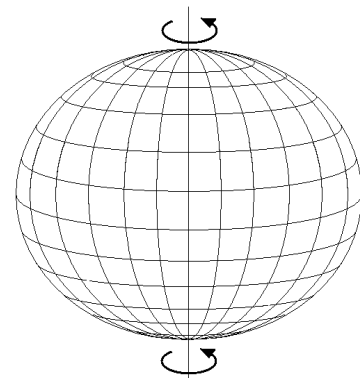


Fig. 1.1. Elipsoide de revolución

Como superficie de referencia para los trabajos geodésicos se adopta el *elipsoide de revolución*, figura obtenida al hacer girar una elipse en torno a su eje

menor (figura 1.1). De entre los infinitos elipsoides posibles conviene elegir aquel que mejor se adapte al geoide ya que, como es lógico, ninguno de ellos va a coincidir exactamente con éste. Ésa es la razón de que, a lo largo del tiempo, se hayan empleado distintos elipsoides, que se adaptan mejor a una u otra parte de la Tierra, y que, en la actualidad, están siendo sustituidos por sistemas globales válidos para toda ella.

Un elipsoide queda definido por sus semiejes a y b . Para su empleo como superficie de referencia es preciso especificar, además de sus dimensiones, su posición con relación al geoide.

1.2.- ELEMENTOS DEL ELIPSOIDE; SISTEMAS DE COORDENADAS

Las intersecciones del eje menor del elipsoide, o *eje polar*, con la superficie de éste se denominan *polos*. La sección producida en el elipsoide por un plano que contenga al eje menor del mismo se llama *meridiano*. Los meridianos, por tanto, pasan por los polos y tienen forma de elipse. La sección producida en el elipsoide por un plano perpendicular a su eje menor se denomina *paralelo*. Los paralelos son circunferencias. El paralelo mayor, correspondiente al plano que pasa por el centro del elipsoide, se denomina *Ecuador*.

Sea a el semieje mayor de la elipse meridiana y b el semieje menor. Se denomina *aplanamiento*, o *achatamiento*, al valor:

$$\alpha = \frac{a - b}{a}$$

La ecuación de la elipse meridiana en un sistema plano de ejes, en el que el eje X corresponde al eje mayor de la elipse y el Y al menor, será:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

La ecuación del elipsoide en un sistema tridimensional en el que el eje Z corresponda al eje menor (figura 1.8), será:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

Las coordenadas geográficas elipsoidales, o geodésicas, permiten situar un punto P sobre la superficie del elipsoide:

- *Longitud geográfica* es el ángulo (λ), expresado en grados sexagesimales, formado por el plano del meridiano origen y el del meridiano que pasa por el punto P , o *meridiano del lugar* (figura 1.2). Las longitudes se cuentan a ambos lados del meridiano origen, siendo positivas al Este y negativas al

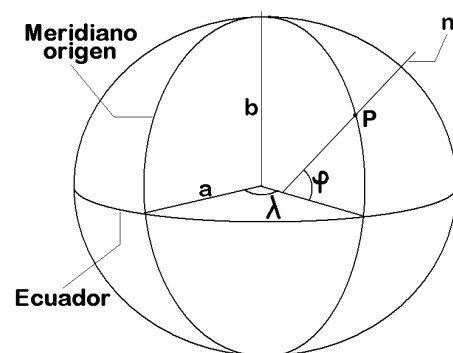


Fig. 1.2. Coordenadas geográficas

Oeste. En España, desde finales de los 60, se adoptó como meridiano origen el de *Greenwich*.

- *Latitud geográfica* es el ángulo (φ), expresado en grados sexagesimales, formado por la normal n al elipsoide desde el punto P y el plano ecuatorial (figura 1.2). Nótese que dicha normal no pasa por el centro del elipsoide y sí por el eje polar. La latitud puede ser norte o sur, según dicho punto esté situado en el hemisferio norte o sur.

Se denomina *latitud geocéntrica* φ' a la referida al centro del elipsoide (figura 1.3). La relación entre las latitudes geográfica y geocéntrica de un punto P viene dada por la expresión:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a^2}{b^2} \operatorname{tg} \varphi'$$

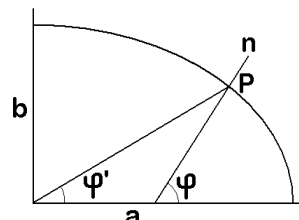


Fig. 1.3. Latitud geográfica φ y latitud geocéntrica φ'

La *latitud reducida* se define trazando una semicircunferencia de radio igual a a y haciendo pasar por P una perpendicular al semieje mayor (figura 1.4). El punto en el que ésta corta a la semicircunferencia se une con el centro, obteniendo el ángulo β , que es la latitud reducida. La relación entre las latitudes geográfica y reducida viene dada por la expresión:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{b} \operatorname{tg} \beta$$

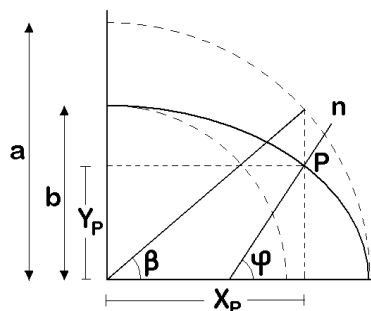


Fig. 1.4. Latitud geográfica φ y latitud reducida β

Como se observa en la figura 1.4, las coordenadas planas del punto P referidas a un sistema de ejes cartesianos coincidentes con los semiejes de la elipse, son:

$$x_P = a \cos \beta \quad y_P = b \operatorname{sen} \beta$$

1.3.- ORIENTACIÓN GEODÉSICA Y CONVERGENCIA DE MERIDIANOS

Además de las coordenadas geográficas, necesitamos en Geodesia conocer la orientación en cada vértice, es decir, la dirección en que se sitúan los polos geográficos Norte y Sur. La orientación se materializa por la recta intersección del plano tangente al elipsoide en el vértice y el plano meridiano (plano que contiene al eje de la Tierra) que pasa por él. Esta intersección se llama *meridiana* (figura 1.5) y a ella se refiere la orientación de cualquier alineación que contenga al vértice.

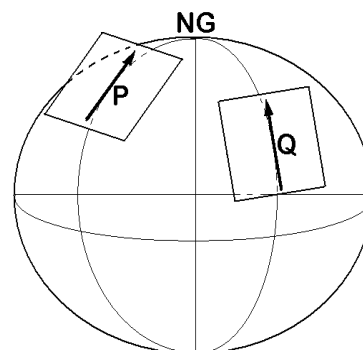


Fig. 1.5. Meridiana

El ángulo formado por una alineación y la meridiana se llama *acimut*. Los acimutes geodésicos se cuentan a partir del Sur y en el sentido creciente de las agujas del reloj, como el A_P^Q de la figura 1.6. Los acimutes

topográficos (como el θ_P^Q), en cambio, se cuentan a partir del Norte y en el mismo sentido que los geodésicos, por lo que difieren de estos en $\pm 180^\circ$ (ó 200^g).

Las meridianas en dos puntos distintos P y Q no son paralelas, existiendo una diferencia angular ω , llamada *convergencia de meridianos*, debida a que los planos meridianos no son paralelos, sino que se cortan en el eje polar (figura 1.6). El valor de la convergencia de meridianos depende de las posiciones relativas de ambos puntos. Así, la relación entre los acimutes *recíprocos* de una determinada alineación, como la P - Q , será:

$$A_P^Q = A_Q^P \pm \omega \pm 180^\circ \quad (\text{o } \pm 200^g)$$

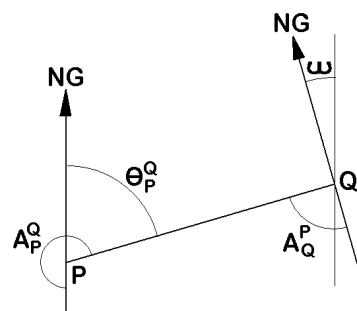


Fig. 1.6. Acimutes y convergencia de meridianos

La expresión siguiente, que permite calcular de forma aproximada la convergencia de meridianos a partir de las coordenadas geográficas de dos puntos P y Q , puede aplicarse en el marco de la triangulación geodésica de tercer orden (distancias inferiores a 10km):

$$\omega = (\lambda_Q - \lambda_P) \operatorname{sen} \frac{\varphi_P + \varphi_Q}{2}$$

1.4.- SISTEMAS DE REFERENCIA Y MARCOS DE REFERENCIA GEODÉSICOS

Como sabemos, los trabajos geodésicos requieren el posicionamiento de puntos en la superficie de la Tierra y la determinación precisa de sus coordenadas. Naturalmente, los valores de las coordenadas que definen un punto van a depender del sistema al cual están referidas, que debe estar claramente definido. Un *sistema de referencia geodésico*, o *Datum*, es la definición completa de los parámetros empleados para establecer las coordenadas de cualquier punto de la Tierra de forma inequívoca.

La Geodesia clásica ha empleado sistemas de referencia *locales*, cuyo ámbito de aplicación está restringido a una determinada zona o territorio. Estos sistemas están definidos por:

- un elipsoide de referencia, del que se indican sus dimensiones
- un *punto fundamental* en el que se hace coincidir la vertical del lugar con la normal al elipsoide. Generalmente, también se establece la condición de tangencia entre elipsoide y geoide

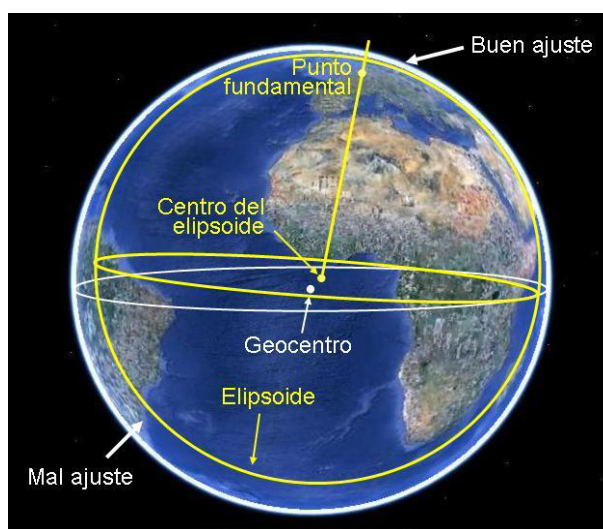


Fig. 1.7. Sistema de referencia local: ED50

- un meridiano de referencia, origen de las longitudes geográficas

Un elipsoide situado de esta manera se adapta bien al geode en una zona más o menos amplia, centrada en el punto fundamental, pero se adaptará peor cuanto más nos alejemos de éste (figura 1.7). Los datums clásicos se definieron con el objetivo de buscar un buen ajuste sólo en un territorio determinado (un país, un continente), lo que resultaba suficiente para las necesidades geodésicas y cartográficas de ciertas épocas.

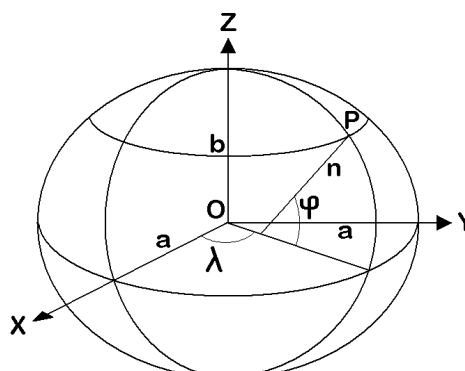


Fig. 1.8. Sistema de referencia global

En la actualidad se precisa el empleo de sistemas de referencia globales, que puedan ser empleados en toda la Tierra y servir de base, adecuadamente, a los sistemas de navegación por satélite. Se trata de sistemas de coordenadas cartesianas tridimensionales, cuyo centro se sitúa en el centro de masas del planeta. El eje Z coincide aproximadamente con el eje de rotación de la Tierra, el eje X es perpendicular a él y se sitúa en el plano correspondiente al meridiano de referencia y el eje Y es perpendicular a ambos (figura 1.8). Para definir las coordenadas geográficas se asocia al sistema un elipsoide, cuyo centro se hace coincidir con el origen de coordenadas cartesianas, definido por sus semiejes.

España adoptó en 1970 el denominado ED50 como sistema oficial. Se trata de un sistema de referencia local, de ámbito europeo, que sustituyó a otro más antiguo y de ámbito aun más restringido, el Datum Madrid con elipsoide de Struve. Posteriormente, el RD 1071/2007, de 27 de julio, por el que se regula el sistema geodésico de referencia oficial en España, estableció lo siguiente:

- Se adopta el sistema ETRS89 como sistema de referencia geodésico oficial en España. Tiene asociado el elipsoide GRS80 y está materializado por el marco que define la Red Geodésica Nacional por Técnicas Espaciales, REGENTE, y sus densificaciones.
- Se tomará como referencia de altitudes los registros del nivel medio del mar en Alicante. El sistema está materializado por las líneas de la Red de Nivelación de Alta Precisión (REDNAP).

En consecuencia, y desde 2015, el sistema geodésico de referencia oficial para la cartografía española es el ETRS89 (*European Terrestrial Reference System 1989*).

A continuación, se definen brevemente estos y otros sistemas de referencia geodésicos que conviene conocer.

ED50 (*European Datum 1950*)

Emplea el elipsoide Hayford de 1909, también conocido como Internacional de 1924, y cuyas características son:

- Semieje mayor: $a = 6.378.388m$

- Aplanamiento: $(a-b)/a = 1/297$
- Punto fundamental: Potsdam (Alemania). Origen de longitudes: meridiano de Greenwich. Origen de latitudes: el Ecuador.

Las coordenadas geográficas se transforman en coordenadas planas mediante la proyección cartográfica UTM. Las altitudes se refieren al geoide (ortométricas).

WGS84 (*World Geodetic System 1984*)

Sistema de referencia utilizado por la tecnología GPS. Su elipsoide asociado es el WGS84, cuyas características son:

- Semieje mayor: $a = 6.378.137m$
- Aplanamiento: $(a-b)/a = 1/298,257223563$

Es un sistema cartesiano centrado en el centro de masas de la Tierra (o geocentro). Las altitudes están referidas al elipsoide WGS84.

ITRS (*International Terrestrial Reference System*)

Es un sistema de referencia geodésico dentro del contexto de la teoría de la relatividad. Es válido para la Tierra y espacio próximo. Su elipsoide asociado es el GRS80, cuyas características son:

- Semieje mayor: $a = 6.378.137m$
- Aplanamiento: $(a-b)/a = 1/298,2572221008827$

Se puede observar que los parámetros que definen el elipsoide WGS84 son muy similares a los del GRS80 lo que, a nivel usuario, los hace prácticamente equivalentes. Es un sistema cartesiano centrado en el centro de masas de la Tierra. Las altitudes están referidas al elipsoide GRS80.

ETRS89 (*European Terrestrial Reference System 1989*)

Es un sistema ligado a la parte estable de la placa continental europea y se ha adoptado para evitar variaciones en las coordenadas provocadas por la deriva continental. Su elipsoide asociado es el GRS80.

Datum Madrid

Sistema empleado por la proyección Lambert. Su elipsoide asociado es el de Struve (1860):

- Semieje mayor: $a = 6.378.298,30m$
- Aplanamiento: $(a-b)/a = 1/294,73$

El punto fundamental era el observatorio de Madrid y el origen de longitudes era el meridiano que pasa por ese observatorio.

Para materializar un sistema de referencia geodésico determinado y poder aplicarlo en la práctica, se requiere lo que se denomina un *marco de referencia*. Se trata de un conjunto, suficientemente denso, de puntos marcados en el terreno cuyas coordenadas han sido calculadas en el correspondiente sistema de referencia. A partir de ellos, será posible georreferenciar cualquier trabajo geodésico o cartográfico realizado en el territorio ocupado por la red de puntos.

El marco de referencia del sistema ED50 estaba constituido por la red clásica de vértices geodésicos (más de 11.000) materializados en el terreno y cuyas coordenadas están referidas al elipsoide Hayford. Esta red de vértices se denomina *Red de Orden Inferior* (ROI).

El proyecto REGENTE (*Red Geodésica Nacional por Técnicas Espaciales*) estableció el marco de referencia en España para el sistema ETRS89. La red se completó en 2001 y está constituida por más de 1.000 estaciones, elegidas de manera que exista una, al menos, por cada hoja del Mapa Topográfico Nacional 1:50.000. Estas estaciones se hacen coincidir con vértices de la red clásica, lo que permite disponer de una serie de puntos cuyas coordenadas están referidas a ambos sistemas (ED50 y ETRS89).

El Instituto Geográfico Nacional viene desarrollando, desde 1988, una red de estaciones permanentes GNSS denominada ERGNSS (Estaciones de Referencia GNSS). Esta red está integrada en el sistema internacional ITRF (International Terrestrial Reference Frame).

1.5.- EJERCICIOS

1.5.1.- **Calcula la longitud del semieje menor b del elipsoide de Hayford, cuyos parámetros figuran en 1.4.**

Elipsoide de Hayford: Semieje mayor: $a = 6.378.388m$; aplanamiento: $\alpha = (a-b)/a = 1/297$. Despejando:

$$b = a(1 - \alpha)$$

Sustituyendo:

$$b = 6.378.388 \left(1 - \frac{1}{297}\right) = 6.356.911,9m$$

1.5.2.- **Dada la latitud geográfica de un punto P , en el elipsoide WGS84, calcula sus latitudes geocéntrica y reducida: $\varphi_P = 37^\circ 20' 56''$.**

Empezamos por calcular el valor del semieje menor b del elipsoide WGS84. Según figura en 1.4, $a = 6.378.137m$; $\alpha = 1/298,257223563$. Por tanto:

$$b = 6.378.137 \left(1 - \frac{1}{298,257223563}\right) = 6.356.752,314m$$

Las latitudes pueden calcularse aplicando las expresiones de 1.2: Latitud geocéntrica φ'_P :

$$\operatorname{tg} \varphi_P = \frac{a^2}{b^2} \operatorname{tg} \varphi'_P \quad \varphi'_P = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\operatorname{tg} \varphi_P \frac{b^2}{a^2} \right) = 37^\circ 9' 48''$$

Latitud reducida β_P :

$$\operatorname{tg} \varphi_P = \frac{a}{b} \operatorname{tg} \beta_P \quad \beta_P = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\operatorname{tg} \varphi_P \frac{b}{a} \right) = 37^{\circ} 15' 22''$$

1.5.3.- Calcula la convergencia de meridianos entre dos puntos A y B cuyas coordenadas geográficas son:

A ($\lambda_A = 3'28''$ oeste ; $\varphi_A = 41^{\circ}25'39''$ norte)

B ($\lambda_B = 4'51''$ este ; $\varphi_B = 41^{\circ}57'18''$ norte)

La longitud del punto A es $3'28''$ oeste. A la hora de operar con ese valor, debemos tener en cuenta que a las longitudes de los puntos situados al oeste del meridiano de referencia le corresponde signo negativo. La expresión para calcular la convergencia de meridianos entre dos puntos es la siguiente:

$$\omega = (\lambda_B - \lambda_A) \operatorname{sen} \frac{\varphi_A + \varphi_B}{2}$$

Sustituyendo:

$$\omega = [4'51'' - (-3'28'')] \operatorname{sen} \frac{41^{\circ}25'39'' + 41^{\circ}57'18''}{2} = 5'31,89''$$

2. CÁLCULOS GEODÉSICOS

Sea a el semieje mayor de la elipse meridiana y b el semieje menor. A partir de sus valores se obtienen los siguientes parámetros de la elipse:

- Aplanamiento o achatamiento: $\alpha = \frac{a - b}{a}$
- Primera excentricidad: $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$
- Segunda excentricidad: $e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$
- Excentricidad lineal: $\varepsilon = \sqrt{a^2 - b^2}$

2.1.- DESVIACIÓN DE LA VERTICAL. ÁNGULO RADIAL DE LA VERTICAL

Prolongando la normal n al elipsoide en el punto P hasta cortar al eje polar en Q , obtenemos la *gran normal* PQ o vertical geodésica (figura 2.1). Como hemos visto, el ángulo formado por esta recta y el plano ecuatorial es la latitud geodésica φ .

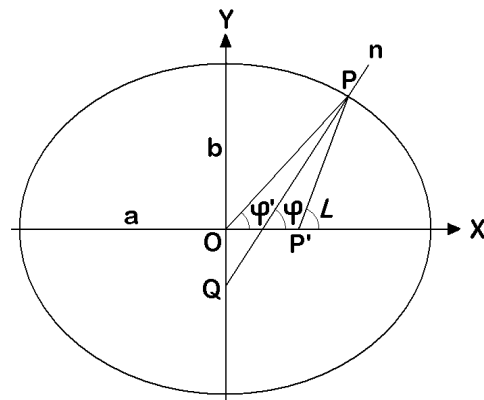


Fig. 2.1. Desviación de la vertical

Se denomina *vertical*, o *vertical astronómica*, a la dirección de la plomada en cada punto, PP' . Corresponde a la resultante de las fuerzas de atracción, debida a la masa terrestre y dirigida hacia el centro de masas, y centrífuga, debida a la rotación de la Tierra y que sigue la dirección del radio del paralelo. En el Ecuador y en los polos la dirección de la plomada es la del radio central terrestre, mientras que en los restantes puntos de la Tierra forma con éste un ángulo OPP' que se denomina *ángulo radial de la vertical* y alcanza su valor máximo (unos 11 minutos) a los 45° de latitud. El ángulo L de la figura 2.1, formado por la vertical astronómica y el plano ecuatorial, sería la *latitud astronómica*, que no hay que confundir con la geodésica.

El ángulo QPP' , formado por la gran normal PQ y por la vertical astronómica PP' , recibe el nombre de *desviación de la vertical* y alcanza el valor de algunos segundos. Este sería el ángulo formado por un punto de la Tierra y sus proyecciones sobre el elipsoide (mediante Geodesia clásica) y sobre el geoide (mediante Astronomía Geodésica).

2.2.- RADIOS DE CURVATURA DEL ELIPSOIDE

Para los trabajos cartográficos será necesario conocer los radios de curvatura principales del elipsoide en la zona que se considere. En un punto dado P estos radios de curvatura son los de las dos secciones del elipsoide, perpendiculares entre sí, que tienen curvaturas mínima y máxima, respectivamente. Los radios de curvatura de todas las restantes secciones posibles, trazadas por P , adoptarán valores intermedios entre esos dos.

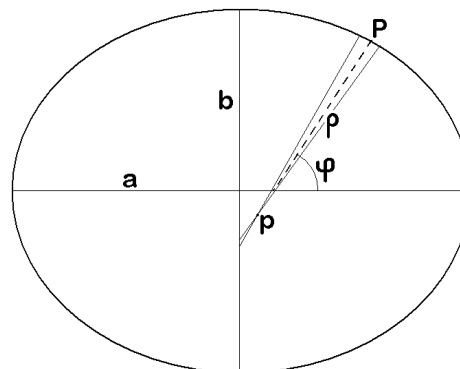


Fig. 2.2. Radio de curvatura de la elipse meridiana

Una de estas secciones es la intersección con el elipsoide del plano que contiene al eje polar y que pasa por P , es decir la propia elipse meridiana. Si se trazan las normales por los dos extremos de un arco de la elipse, estos se cortarán en un punto p (figura 2.2). Cuando el arco tiende a cero, el punto intersección tendrá un límite denominado *centro de curvatura de la elipse meridiana*. El valor del radio de curvatura en P depende de la latitud geográfica del punto P y se calcula:

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}}$$

siendo e la primera excentricidad y φ la latitud del punto.

La otra sección principal corresponde a la intersección del elipsoide con el plano que contiene a la gran normal y es perpendicular al plano meridiano que pasa por P . Siendo PQ la gran normal (figura 2.1) el radio de curvatura correspondiente será $N=PQ$. También depende de la latitud de P y se calcula:

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}}$$

Como hemos visto, los radios de curvatura principales sólo dependen de la latitud geográfica de P . Por lo tanto, estos radios tienen los mismos valores en todos los puntos de un mismo paralelo.

Los radios de curvatura principales tienen el mismo valor en los polos. En el Ecuador valen:

$$N_0 = a \quad \rho_0 = \frac{b^2}{a}$$

Se denomina *esfera local* a la que tiene más puntos de contacto con la superficie del elipsoide en torno a P . Su radio es la media geométrica entre los de la gran normal y la elipse meridiana en P :

$$R_L = \sqrt{\rho N}$$

El radio de curvatura del paralelo que pasa por P se calcula (véase 2.3):

$$R_P = N \cos \varphi$$

2.3.- VALOR LINEAL DE LOS ARCOS DE PARALELO Y DE MERIDIANO

Como se verá más adelante, los perímetros de los registros mineros están constituidos por arcos de meridiano y de paralelo cuyos valores lineales debemos conocer.

Para determinar el valor lineal de un arco de paralelo se calcula previamente el radio de éste. El radio del paralelo que pasa por P (figura 2.3) es $O'P$, cateto del triángulo rectángulo $O'PQ$ en el que $PQ=N$ es la gran normal. Según se deduce de la figura 2.3:

$$R_P = N \sin(90^\circ - \varphi_P) = N \cos \varphi_P$$

siendo φ_P la latitud del punto P .

El valor angular del arco de paralelo será la diferencia de longitudes geográficas de sus extremos P y R , es decir $\lambda_P - \lambda_R$ (figura 2.3). Si tenemos en cuenta que la longitud total del paralelo es $\hat{L} = 2\pi R_P$, será:

$$\widehat{PR} = \frac{2\pi R_P (\lambda_P - \lambda_R)''}{360\ 60\ 60} = \frac{R_P (\lambda_P - \lambda_R)''}{r}$$

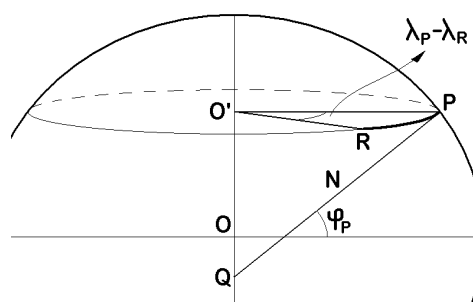


Fig. 2.3. Valor lineal de un arco de paralelo

$(\lambda_P - \lambda_R)''$ es la diferencia de longitudes expresada en segundos y r el número de segundos de un radián ($r=206.265$).

Para calcular el valor lineal de un arco de meridiano habría que integrar el radio de curvatura de la elipse meridiana entre sus límites. En nuestro caso, para calcularlo entre dos puntos P y S relativamente próximos, bastará con considerar el arco de una circunferencia cuyo radio sea el de la elipse meridiana para una latitud intermedia entre las de ambos puntos $(\varphi_P + \varphi_S)/2$. Tal como se vio más arriba:

$$\widehat{PS} = \frac{2\pi \rho (\varphi_P - \varphi_S)''}{360\ 60\ 60} = \frac{\rho (\varphi_P - \varphi_S)''}{r}$$

siendo $(\varphi_P - \varphi_S)''$ la diferencia de latitudes geográficas expresada en segundos y ρ el radio de curvatura de la elipse meridiana correspondiente a la latitud media.

2.4.- CORRECCIONES PARA REDUCIR AL ELIPSOIDE LAS DISTANCIAS MEDIDAS

Las mediciones de ángulos y distancias se realizan sobre el terreno. En casos en que se requiera gran precisión, o bajo determinadas circunstancias especiales, será preciso reducirlas al elipsoide. La reducción para las medidas angulares es

insignificante, incluso en distancias grandes (25-30km), por lo que prescindiremos de ella.

Para las distancias, la reducción al elipsoide suele hacerse en tres etapas, que se desarrollan a continuación. Si la medición va a realizarse por métodos electrónicos, que es el procedimiento normal, es importante que antes de medir se hayan introducido todas las correcciones propias de este sistema y, especialmente, la corrección atmosférica.

2.4.1- Reducción al horizonte medio

Supongamos una distancia natural D medida entre dos puntos de diferente altitud A y B (figura 2.4). Esta corrección permite obtener la distancia reducida D_1 a una altitud media entre las de los dos puntos:

$$c = -\frac{(\Delta h)^2}{2D} - \frac{(\Delta h)^4}{8D^3}$$

siendo Δh la diferencia de altitud:

$$\Delta h = Z_B - Z_A$$

La corrección c siempre tendrá un valor negativo. La distancia reducida al horizonte medio será:

$$D_1 = D + c$$

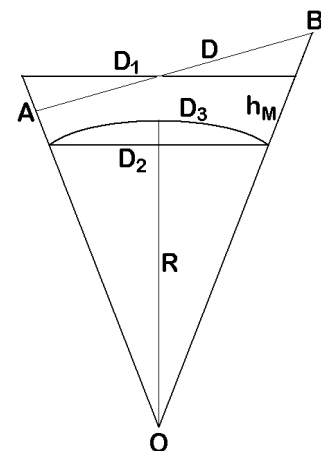


Fig. 2.4. Correcciones para reducir la distancia medida

2.4.2- Reducción al nivel del mar

De forma aproximada, la distancia reducida al nivel del mar puede calcularse mediante la expresión (figura 2.4):

$$D_2 = \frac{D_1 R_L}{R_L + h_m}$$

Como radio R_L es suficiente con tomar el de la esfera local (véase 2.2) en un punto de latitud intermedia entre las de A y B . h_m es la altitud media entre los dos puntos:

$$h_m = \frac{Z_A + Z_B}{2}$$

2.4.3- Paso de la cuerda al arco

Esta última etapa consiste en calcular la *distancia geodésica*, es decir, en pasar de la cuerda D_2 que hemos obtenido en la etapa anterior al arco de elipsoide D_3 entre los puntos A y B . La expresión a aplicar es:

$$D_3 = D_2 + \frac{D_2^3}{24 R_L^2}$$

2.5.- EJERCICIOS

2.5.1.- *Calcula la primera excentricidad e y la segunda excentricidad e' para los elipsoides de Hayford y WGS84 a partir de los valores que figuran en 1.4.*

Elipsoide de Hayford: Semieje mayor: $a = 6.378.388m$; aplanamiento: $\alpha = (a-b)/a = 1/297$. Despejando y sustituyendo:

$$b = 6.378.388 \left(1 - \frac{1}{297}\right) = 6.356.911,9m$$

Primera excentricidad: $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = 0,08199189$

Segunda excentricidad: $e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b} = 0,08226889$

Elipsoide WGS84: $a = 6.378.137m$; $\alpha = 1/298,257223563$. Despejando y sustituyendo:

$$b = 6.378.137 \left(1 - \frac{1}{298,257223563}\right) = 6.356.752,314m$$

Primera excentricidad: $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = 0,081819191$

Segunda excentricidad: $e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b} = 0,082094438$

2.5.2.- *Calcula los radios de curvatura principales y el radio de la esfera local, en los elipsoides del ejercicio anterior, para un punto P de latitud $\varphi_P = 39^\circ 30' 7''$ norte.*

Aplicamos las expresiones de 2.2. Tomamos los valores de los parámetros de cada elipsoide del ejercicio 2.5.1.

Elipsoide de Hayford: $\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} = 6.361.447,02m$

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} = 6.387.080,94m$$

$$R_L = \sqrt{\rho N} = 6.374.251,09m$$

Elipsoide WGS84: $\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} = 6.361.268,34m$

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} = 6.386.792,94m$$

$$R_L = \sqrt{\rho N} = 6.374.017,87m$$

2.5.3.- *Calcula el valor lineal del arco de paralelo entre dos de las esquinas P y Q de una cuadrícula minera. Sus coordenadas geográficas, referidas al sistema ETRS89, son:*

$$\begin{array}{ll} \lambda_P = 3^\circ 30' 20'' \text{ oeste} & \varphi_P = 38^\circ 57' 40'' \text{ norte} \\ \lambda_Q = 3^\circ 30' 40'' \text{ oeste} & \varphi_Q = 38^\circ 57' 40'' \text{ norte} \end{array}$$

Aplicaremos las expresiones de 2.3. Cálculo de N : los dos puntos tienen la misma latitud; tomamos los parámetros a y α del elipsoide GRS80 (véase 1.4):

$$\begin{aligned} a &= 6.378.137m & \alpha &= 1/298,2572221008827 \\ b &= 6.378.137 \left(1 - \frac{1}{298,2572221008827}\right) = 6.356.752,314m \\ e &= \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = 0,081819191 \\ N &= \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} = 6.386.594,704m \end{aligned}$$

Calculamos el radio del paralelo que pasa por P y Q :

$$R = N \cos \varphi = 4.966.043,136m$$

Finalmente, calculamos la longitud del arco de paralelo:

$$P\hat{Q} = \frac{2\pi R (\lambda_P - \lambda_R)''}{360 \cdot 60 \cdot 60} = \frac{R (\lambda_P - \lambda_R)''}{r} = 481,521m$$

2.5.4.- Calcula la distancia reducida al elipsoide entre dos puntos A y B, de altitudes $Z_A = 1.400m$ y $Z_B = 1.700m$, sabiendo que se ha medido entre ellos una distancia natural $D = 2.500m$. Se tomará como radio de la esfera local $R_L = 6.374.100m$

Aplicamos las tres correcciones de 2.4.

Reducción al horizonte medio:

$$\begin{aligned} \Delta h &= Z_B - Z_A = 1.700 - 1.400 = 300m \\ c &= -\frac{(\Delta h)^2}{2D} - \frac{(\Delta h)^4}{8D^3} = -18,065m \\ D_1 &= D + c = 2.500 - 18,065 = 2.481,935 \end{aligned}$$

Reducción al nivel del mar:

$$\begin{aligned} h_m &= \frac{Z_A + Z_B}{2} = \frac{1.400 + 1.700}{2} = 1.550m \\ D_2 &= \frac{D_1 R_L}{R_L + h_m} = 2.481,332m \end{aligned}$$

Paso de la cuerda al arco:

$$D_3 = D_2 + \frac{D_2^3}{24 R_L^2} = 2.481,332m$$

El valor de esta última corrección es despreciable para esta distancia.

3. GEODESIA ESPACIAL

3.1.- INTRODUCCIÓN AL GNSS

La Geodesia Espacial se ocupa de la determinación de la posición de un punto de la superficie terrestre observando las señales procedentes de objetos externos a dicha superficie. Los objetos utilizados son los satélites artificiales, la Luna y los cuásares, aunque también se han llegado a realizar observaciones a globos en la atmósfera. Con estos métodos se puede calcular la posición relativa entre puntos de la superficie terrestre muy distantes entre sí, por ejemplo situados en continentes distintos, lo que permite comprobar las mediciones anteriores realizadas con métodos clásicos en los que se iban enlazando puntos sucesivos para alcanzar dichas distancias y completar aquellos enlaces que todavía estaban sin realizar.

En este capítulo nos vamos a centrar en la observación a satélites artificiales. Varios organismos han creado diferentes constelaciones de satélites, conocidas como *Sistema Global de Navegación por Satélite* (GNSS en su acrónimo inglés).

Sistemas GNSS actuales:

- NAVSTAR-GPS: sistema desarrollado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos.
- GLONASS: sistema operado por el Ministerio de Defensa de la Federación Rusa.

Sistemas GNSS en proyecto:

- GALILEO: sistema desarrollado por la Unión Europea; a diferencia de los dos anteriores su finalidad de uso es civil. Actualmente no están operativos todos los satélites.
- COMPASS/BEIDOU: es el nombre del GNSS desarrollado por la República Popular China para su propio sistema de navegación. Actualmente está en fase de proyecto.

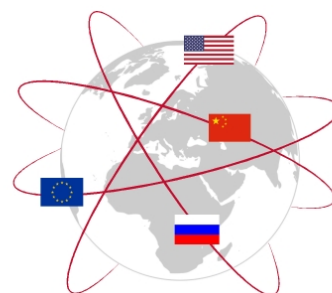


Fig. 3.1. Sistemas GNSS activos y en proyecto

3.2.- CÓMO FUNCIONA EL GNSS

Los fundamentos del sistema son sencillos. Para entenderlo lo dividimos en pasos básicos:

- 1.- La base del sistema es la determinación de las coordenadas de un punto a partir de la medición de distancias, desde satélites, a ese punto.
- 2.- El receptor mide las distancias utilizando el tiempo de viaje de una onda radio desde el satélite al receptor. Para ello se mide el tiempo de retardo en recibir la señal con respecto al momento teórico de emisión.

- 3.- Necesitamos saber exactamente la posición en el espacio del satélite en el momento de enviar la señal, por ello el satélite transmite su ecuación de movimiento (efemérides) en función del tiempo.
- 4.- La posición del receptor será la intersección de todas las esferas, cada una con centro en la posición de un satélite y radio la distancia calculada.

Hay que tener presente que la señal GNSS sufre una serie de retrasos (atmosféricos, de falta de sincronización de los relojes, etc.) que debemos intentar conocer y cuantificar para obtener así la medida más exacta de la distancia.

3.3.- CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTALES

El GNSS lo componen:

- **Sector espacial.**- Es el sistema de satélites. Para el GPS está formado por 6 planos orbitales de 4 satélites cada uno, mientras que el GLONASS posee 3 planos orbitales y 8 satélites por plano. El futuro GALILEO tendrá 3 orbitas y 10 satélites por cada una.
- **Sector control.**- Es el conjunto de estaciones terrestres que se encarga de controlar las órbitas y realizar el mantenimiento de toda la constelación. Están distribuidas a lo largo de todo el planeta.
- **Sector usuario.**- Son los receptores que calculan la posición en la que se encuentran.

3.4.- RECEPTOR GNSS TOPOGRÁFICO

El receptor está compuesto por una antena, que capta las señales emitidas por los satélites, y una unidad de recepción, procesamiento, control y almacenamiento de datos. Además se emplea una serie de elementos accesorios como baterías, trípodes, cables de conexión, etc. Los receptores están dotados de relojes de cuarzo, de gran precisión pero no comparable a la de los relojes atómicos de los satélites.

Lo que se debe tener siempre presente es que lo que se posiciona realmente es el centro radiométrico de la antena, a efectos de posibles correcciones. Todas las antenas están dotadas de un plano de tierra, de manera que sólo reciben por encima de ese plano, a fin de evitar la captación de señales



Fig. 3.2. Receptores GNSS y accesorios

reflejadas por el terreno u objetos adyacentes.

3.5.- MEDICIÓN DE LAS DISTANCIAS

Los métodos que pueden utilizar los receptores GNSS para medir la distancia son dos: por *pseudodistancias* o por *medida de fase*.

- **Pseudodistancias.**- Es el método para medida de distancias introducido por el sistema GPS. Las mediciones son de gran precisión y nos permiten calcular la posición de un punto en tiempo real.

El sistema mide el tiempo que emplea una señal de radio (llamada pseudoaleatoria, ya que está generada de forma que parece que sea aleatoria) en llegar desde un satélite hasta el receptor y calcula la distancia, a partir de este tiempo, con la conocida expresión:

$$\text{velocidad de la luz} \cdot \text{tiempo} = \text{distancia}.$$

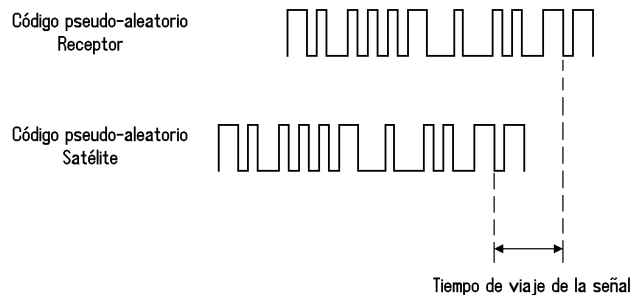


Fig. 3.3. Pseudodistancias

La clave para la medición del tiempo es conocer exactamente el instante en que el satélite envió la señal. Para ello, los satélites y los receptores generan el mismo código al mismo tiempo. Una vez recibida la señal del satélite se compara ésta retrospectivamente con la creada por nuestro receptor, así se determina cuanto tiempo hace que se generó ese mismo código y éste será el tiempo de viaje de la señal.

- **Medida de fase.**- Además del método de pseudodistancias existe otro denominado *seguimiento con ayuda de portadora* o medida de fase. Permite al receptor determinar con gran precisión dónde está exactamente el inicio del código pseudoaleatorio, lo que supone mediciones más precisas de la distancia que utilizando el método de pseudodistancias.

El sistema consiste en observar el desfase entre la señal recibida y la generada por el receptor ($\Delta\phi$, medida en función de la variación 0° - 360°). Este valor cambia con la distancia. Si se conoce la longitud de onda (λ) de la señal y el desfase ($\Delta\phi$) lo único que necesitamos para

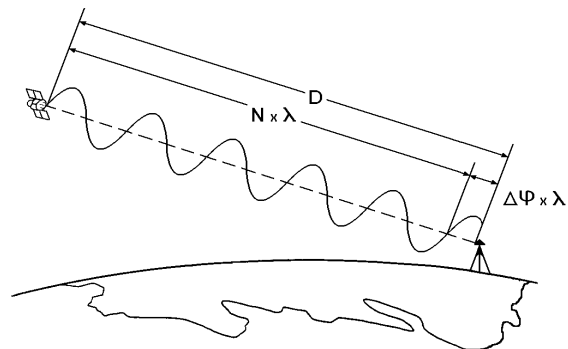


Fig. 3.4. Medida de fase

calcular la distancia es el número de ciclos completos (N) que ha descrito la señal en su recorrido, puesto que la distancia será: $D = \lambda (N + \Delta\phi)$. El valor N se denomina ambigüedad y se obtiene, para un instante determinado, con un proceso de cálculo.

3.6.- TIPOS DE POSICIONAMIENTO EN GNSS

A continuación se indican los criterios habitualmente seguidos para la clasificación de los posicionamientos:

- **En función del sistema de coordenadas** a que se quiere referir un punto determinado:
 - 1.- Si se refiere a un sistema de coordenadas previamente definido se denomina *posicionamiento absoluto*.
 - 2.- Si se determinan incrementos de coordenadas respecto a otro receptor se denomina *posicionamiento relativo o diferencial*.
- **En función del movimiento** del receptor:
 - 1.- Si el receptor no se mueve se denomina *posicionamiento estático*.
 - 2.- Si el receptor se mueve se denomina *posicionamiento cinemático o dinámico*.
- **En función del método utilizado para la medida de distancias:**
 - 1.- Medición por pseudodistancias (resultados en tiempo real).
 - 2.- Medición por medida de fase (resultados en tiempo diferido).
- **En función del momento del cálculo de la posición:**
 - 1.- Medición en tiempo real.
 - 2.- Medición en tiempo diferido o postproceso. Se graban los datos leídos de los satélites y se procesan los datos posteriormente.

Estos tipos de posicionamiento se pueden combinar para dar solución a distintas aplicaciones; así tenemos:

- 1.- Posicionamiento dinámico absoluto (pseudo-distancias).
Ej.: navegador de excursionista, del coche, barco, camión, etc.
- 2.- Posicionamiento dinámico relativo (pseudo-distancias o medida de fase).
Ej.: aproximación al aterrizaje de aeronaves o barcos a puerto; levantamientos de vehículos en movimiento: batimetrías, vuelos fotogramétricos, cartografía de vías de comunicación, etc.
- 3.- Posicionamiento estático absoluto (pseudo-distancias).
Ej.: posicionamiento para levantamientos geográficos, geológicos, biológicos, cuyas precisiones estén relacionadas con escalas gráficas pequeñas.
- 4.- Posicionamiento estático relativo en postproceso (medida de fase).
Ej.: aplicaciones en Geodesia y Fotogrametría.

- 5.- Posicionamiento estático relativo en tiempo real (medida de fase). Este es el método más usado por su rapidez en la obtención de las coordenadas y la precisión alcanzada.

Ej.: aplicaciones en levantamientos y replanteos de obras de ingeniería.

3.7.- MÉTODOS DE OBSERVACIÓN

Los posibles métodos de observación provienen de la combinación de los diferentes tipos de posicionamiento descritos anteriormente y se resumen en la siguiente tabla:

SISTEMA DE REFERENCIA	MOVIMIENTO DEL RECEPTOR	SISTEMA DE MEDIDA	MOMENTO DEL CÁLCULO	COMENTARIO A LOS MÉTODOS MÁS USADOS
ABSOLUTO	ESTÁTICO	SEUDODISTANCIAS	POSTPROCESO	
ABSOLUTO	ESTÁTICO	SEUDODISTANCIAS	TIEMPO REAL	Usado en el coche, móvil o por excursionistas
ABSOLUTO	ESTÁTICO	MEDIDA DE FASE	POSTPROCESO	
ABSOLUTO	ESTÁTICO	MEDIDA DE FASE	TIEMPO REAL	
ABSOLUTO	CINEMÁTICO	SEUDODISTANCIAS	POSTPROCESO	
ABSOLUTO	CINEMÁTICO	PSEUDODISTANCIAS	TIEMPO REAL	Usado en el coche, móvil o por excursionistas
ABSOLUTO	CINEMÁTICO	MEDIDA DE FASE	POSTPROCESO	
ABSOLUTO	CINEMÁTICO	MEDIDA DE FASE	TIEMPO REAL	
RELATIVO	ESTÁTICO	SEUDODISTANCIAS	POSTPROCESO	
RELATIVO	ESTÁTICO	PSEUDODISTANCIAS	TIEMPO REAL	
RELATIVO	ESTÁTICO	MEDIDA DE FASE	POSTPROCESO	Usado en Geodesia y Topografía de precisión
RELATIVO	ESTÁTICO	MEDIDA DE FASE	TIEMPO REAL	RTK: es el método más usado en Topografía
RELATIVO	CINEMÁTICO	SEUDODISTANCIAS	POSTPROCESO	
RELATIVO	CINEMÁTICO	PSEUDODISTANCIAS	TIEMPO REAL	
RELATIVO	CINEMÁTICO	MEDIDA DE FASE	POSTPROCESO	
RELATIVO	CINEMÁTICO	MEDIDA DE FASE	TIEMPO REAL	RTK: es el método más usado en Topografía

Pasamos a describir a continuación los métodos más extendidos en aplicaciones topográficas.

3.7.1.- Relativo-estático-fase-postproceso

Consiste en observar y grabar la fase de la onda portadora con los receptores estáticos situados sobre los puntos de los que se desea obtener su posición relativa. Posteriormente se procesa la información y se calculan las coordenadas relativas (a este vector se le llama *base-línea* o *línea-base*). La exactitud nominal típica para estos sistemas de doble frecuencia ronda los $5\text{mm} \pm 0,5 \text{ partes por millón (ppm)}$ en horizontal y $10\text{mm} \pm 0,5\text{ppm}$ en vertical.

Esta forma se suele aplicar midiendo una serie de líneas-base que forman una red que puede ser resuelta en su conjunto, denominada red-libre (obtendríamos las coordenadas relativas entre todos los puntos observados) o, si se conocen las

coordenadas absolutas de algunos de los puntos, se resolvería una red-ligada (y se obtendrían las coordenadas absolutas del resto de los puntos).

3.7.2.- RTK: Real Time Kinematic

RTK (del inglés Real Time Kinematic) o navegación cinética en tiempo real, es una técnica basada en el uso de medidas de fase de navegadores con señales GNSS donde una sola estación de referencia proporciona correcciones en tiempo real.



Fig. 3.5. Toma de datos mediante RTK en Arqueología (Abadía de Byland, Inglaterra)



Fig. 3.6. Optimización del uso de maquinaria agrícola en grandes superficies

La estación base retransmite la fase del portador que hace mediciones y las unidades móviles comparan sus propias medidas de fase con las que está recibiendo la estación base. Hay varias maneras de transmitir una señal corregida de la estación base a la estación móvil. La manera más habitual de alcanzar una transmisión de señales en tiempo real y de bajo costo es utilizar un módem de radio, típicamente en la

banda UHF. Hoy en día es muy popular el uso de comunicación GPRS (por vía de Internet celular móvil) entre la base y el móvil, o bien del móvil con respecto a una estación de referencia, que bien puede ser CORS (de operación continua). Permite que las unidades calculen su posición relativa en milímetros, aunque su posición absoluta sea exacta solamente al mismo nivel que la posición de la estación base. La exactitud nominal típica para estos sistemas de doble frecuencia ronda $1\text{cm} \pm 2\text{ppm}$ horizontalmente y $2\text{cm} \pm 2\text{ppm}$ verticalmente. Hay aplicaciones de RTK en sistemas de navegación automática (piloto automático), industria agrícola y otros fines similares.

3.7.2.1.- Redes de estaciones de referencia GNSS que operan continuamente: CORS

Las Redes Geodésicas convencionales, en sus distintas acepciones u órdenes, han constituido durante mucho tiempo la infraestructura topográfico-geodésica imprescindible para la referenciación geográfica de cualquier elemento sobre el territorio. Algunos organismos (generalmente públicos) han creado redes de estaciones de referencia GNSS, también denominadas Redes Geodésicas Activas, que cumplen idéntica misión a la realizada por las redes convencionales con el instrumental topográfico clásico. Su existencia garantiza la homogeneización de correcciones, evitando la duplicidad de coordenadas. El propósito es dar cobertura a la comunidad de usuarios en cuestión de datos, con objeto de alcanzar una gran precisión en el posicionamiento. La confiabilidad operacional y las exactitudes que se alcanzarán dependen de la densidad y las capacidades de la red referencia.

Una Red de Estaciones Permanentes GNSS cumple las siguientes funciones:

- Constituir un auténtico marco de referencia geodésico, que complementa a las redes geodésicas tradicionales basadas en vértices fijos.
- Enviar correcciones diferenciales de cada Estación GNSS para que un usuario pueda calcular su posición en tiempo real respecto a ella. La mayoría de redes ya emite también lo que se denomina *solución de red*, que consiste en las correcciones calculadas interpolando entre las reales, consiguiendo mejores precisiones.
- Proporcionar datos de las estaciones en formato RINEX para cálculos más precisos en postproceso.
- Almacenar los datos para futuros estudios de investigación entre las Estaciones de la red o con otras estaciones o redes: por ejemplo, en el estudio de movimientos tectónicos.



Fig. 3.7. Mapa de ubicaciones de la Red REGAM de estaciones permanente de la Región de Murcia

REGAM - Estación referencia GNSS de Mula

La Estación GNSS de Referencia sita en Mula se encuentra sobre el tejado del Parque de Bomberos del Consorcio del Servicio de Emergencias de la Comunidad Autónoma de la Región de Murcia.

Las coordenadas están referidas al ARP (Antenna Reference Point) de la antena AT504GG.



ESTACIÓN REFERENCIA GNSS DE MULA

coordenadas Sist. Geodésico Ref. ETRS89	
geodésicas	cartesianas
lat = 38° 02' 27.998349" N	X = 5028272.168 m
long = 1° 26' 55.843126" W	Y = -127177.635 m
	Z = 3909243.426 m

coordenadas Sist. Geodésico Ref. ED50	
geodésicas	cartesianas
lat = 38° 02' 32.408770" N	X = 5028416.040 m
long = 1° 26' 51.453324" W	Y = -127074.190 m
	Z = 3909414.080 m

coordenadas Proyección UTM Huso 30 N	
ETRS89	ED50
X = 636115.217 m	X = 636226.049 m
Y = 4211511.905 m	Y = 4211719.559 m
Altitudes	
Altitud elipsoidal = 332.107 m	
Altitud ortométrica (EGM 2008 REDNAP) = 281.256 m	

Fig. 3.8. Datos de la estación de Mula de la red REGAM

Estas redes tienen dos formas de generar la estación de referencia base para el método RTK:

- Transmitir al receptor móvil directamente los datos de una de las estaciones de referencia que opera continuamente, normalmente la más cercana. Estamos en el caso del método RTK explicado anteriormente, pero el usuario solo tiene que aportar el receptor móvil.

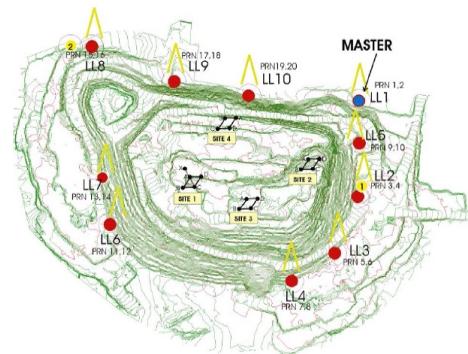
- Utilizar el método de estaciones de referencia virtuales (VRS: Virtual Reference Station). Consiste en calcular los datos de fase que se recibirían si tuviésemos una estación GNSS cercana al usuario. Esto se hace mediante interpolaciones entre estaciones. De esta forma la parte de los errores relativos a la distancia a la estación base (partes por millón) se reduce al mínimo.

3.7.2.2.- Aplicación en minería

En general la aplicación del GNSS depende de la cobertura de señal, es decir de disponer de un número mínimo de satélites visibles para poder posicionarnos. Evidentemente en minería subterránea no se puede utilizar, pero cuando se trabaja en minería a cielo abierto nos encontramos con el problema de que se va perdiendo cielo conforme nos vamos situando más al fondo de la excavación y en la proximidad de las paredes.



Vista de la cantera



Plano de situación de antenas complementarias



Personal midiendo dentro de la cantera



Maquinaria trabajando.

Fig. 3.9. Ejemplo de aplicación en mina de diamantes en Venetia, Sudáfrica (sistema LOCATA)

Evidentemente la mejor técnica es el RTK, ya que nos permite realizar el levantamiento topográfico con rapidez y precisión y, en caso de necesitar replantear nuevas actuaciones, poder marcar en tiempo real las coordenadas. Para seguir

funcionando con el RTK en situaciones en que se pierde gran parte del cielo, se puede situar un sistema auxiliar compuesto por varias antenas en los bordes de la excavación que complementan a la señal recibida GNSS y ayudan a mantener las precisiones del posicionamiento dentro de los valores establecidos, ya que de otra forma con la pérdida de cielo sería imposible.

4. INTRODUCCIÓN A LA CARTOGRAFÍA. PROYECCIÓN LAMBERT

4.1.- GENERALIDADES

La *Cartografía* es la ciencia que proporciona los criterios y los métodos para representar la superficie terrestre en un mapa. El elipsoide no es una superficie desarrollable, por lo que se hace necesario aplicar una transformación para pasar de las coordenadas geográficas a un sistema de coordenadas planas, cartesianas o polares. Existen muchas formas de aplicar dicha transformación, lo que da lugar a la existencia de numerosas *proyecciones cartográficas*.

En todas las proyecciones cartográficas la representación plana de la superficie de la Tierra sufrirá determinadas deformaciones, o *anamorfosis*, con relación al terreno original. Las anamorfosis son de distintos tipos y cada uno de los sistemas de proyección tiende a eliminar o reducir alguna o algunas de ellas, pero ninguno las elimina todas. En cada caso se aplicará el más conveniente, en función de las características del trabajo cartográfico concreto o de las exigencias de la normativa aplicable.

Las deformaciones lineales son la causa de que la longitud l de una línea en el terreno se transforma en otra longitud l' en la proyección. Se llama *módulo de deformación lineal* o *anamorfosis lineal* K a la relación entre ambos valores ($K=l'/l$). Una línea que no sufre deformación lineal, es decir para la cual $K=1$, se llama *automecónica*.

Del mismo modo, se llama *módulo de deformación superficial*, o *anamorfosis superficial* a la relación entre un área s en el terreno y su proyección s' ($S=s'/s$). Las proyecciones que conservan las áreas, aunque las figuras en el terreno y en la proyección dejen de ser semejantes, se denominan *equivalentes* o *autálicas*.

Se llama *deformación angular* o *anamorfosis angular* a la diferencia ($\alpha'-\alpha$) entre el ángulo α formado por dos líneas en el terreno y su equivalente α' en la proyección. Se denomina *proyección conforme* a aquella en la que se conservan los ángulos.

4.1.1.- Proyecciones cartográficas empleadas en minería

La proyección cónica conforme Lambert era la proyección oficial hasta que, por el Decreto 2.992/1968, fue sustituida por la UTM. Aunque está en desuso, la existencia de documentación minera referida a este sistema justifica su estudio.

La proyección UTM es de aplicación en cartografía minera desde que lo estableció la Ley de Minas y la modificación de 1980. Ésta definía también el sistema de referencia geodésico para los trabajos mineros, que era el constituido por el datum que actualmente se conoce como ED50.

Como se ha visto en 1.4, el RD 1071/2007 ha establecido el ETRS89 como nuevo sistema de referencia geodésico oficial en España. Su aplicación en cartografía minera implica que se seguirá empleando la proyección UTM pero en un sistema de referencia distinto, lo que significa diferencias de algunos centenares de metros entre las coordenadas UTM de un punto en el sistema ED50 y las referidas al ETRS89. De la transformación de coordenadas entre los distintos sistemas de referencia, y entre diferentes proyecciones cartográficas, nos ocuparemos en el capítulo 5.

4.2.- PROYECCIÓN LAMBERT

Es una proyección desarrollable sobre una superficie cónica, de vértice V , tangente al elipsoide a lo largo del paralelo central de la zona de interés (figura 4.1). Es una proyección conforme, es decir, conserva los ángulos. En el caso de la proyección Lambert que se empleó en España, se toma como paralelo central el de latitud 40° . En realidad, para reducir las deformaciones, la proyección se realiza sobre un cono secante al elipsoide, no sobre uno tangente. En la proyección Lambert española, el cono corta al elipsoide según dos paralelos equidistantes del paralelo 40° .

Al desarrollar el cono sobre una superficie plana (figuras 4.1 y 4.2) los meridianos se transforman en rectas concurrentes y los paralelos en arcos de circunferencia.

El origen de coordenadas cartesianas viene dado por la intersección del paralelo 40° y el meridiano de Madrid, que se toma como meridiano de referencia. El eje de las YY es el meridiano de referencia y el de las XX la tangente al paralelo por el origen de coordenadas. Para evitar la aparición de coordenadas negativas, se asigna al origen de coordenadas los valores:

$$X_0 = 600.000m \quad Y_0 = 600.000m$$

El elipsoide empleado es el de Struve. Un punto A de la superficie terrestre puede situarse por sus coordenadas geográficas en este elipsoide, por sus coordenadas cartesianas Lambert o por sus coordenadas polares (figura

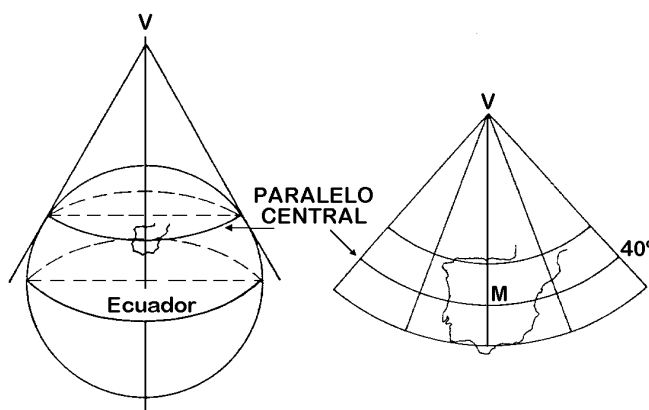


Fig. 4.1. Proyección Lambert

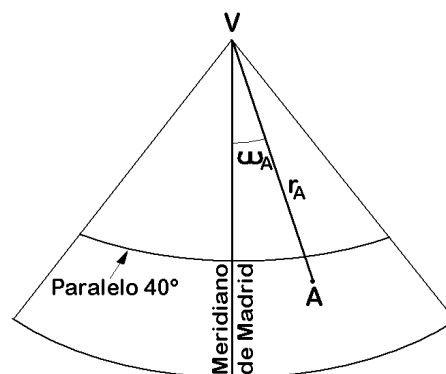


Fig. 4.2. Coordenadas polares

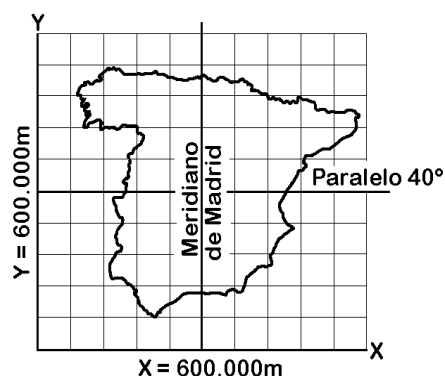


Fig. 4.3. Cuadrícula Lambert

4.2). Éstas son el *radio vector* r , distancia entre el vértice V y el punto, y el ángulo ω , que es la convergencia de meridianos respecto al meridiano de Madrid. El valor del radio vector es el mismo para todos los puntos de igual latitud.

4.3.- COORDENADAS LAMBERT

4.3.1.- Transformación de coordenadas geográficas en cartesianas

Sean M_A y L_A las coordenadas geográficas (longitud y latitud) de un punto A en este sistema que, como hemos indicado, utiliza el elipsoide de Struve. La longitud M_A estará referida al meridiano de Madrid. Las coordenadas polares r_A y ω_A del punto se calculan:

$$r_A = 12.380.512,98 \left(\operatorname{tg} \frac{90^\circ - L_A}{2} \right)^{\operatorname{sen} 40^\circ} \left(\frac{1 + e \operatorname{sen} L_A}{1 - e \operatorname{sen} L_A} \right)^{\frac{e \operatorname{sen} 40^\circ}{2}}$$

$$\omega_A = M_A \operatorname{sen} 40^\circ$$

siendo e la primera excentricidad del elipsoide de Struve. También se puede emplear la tabla de radios.

Las coordenadas cartesianas del punto A se calculan con las expresiones siguientes:

$$X_A = 600.000 + r_A \operatorname{sen} \omega_A$$

$$Y_A = 600.000 + r_0 - r_A \cos \omega_A$$

siendo $r_0 = 7.602.950,9m$ el radio vector del paralelo 40° .

4.3.2.- Transformación de coordenadas cartesianas en geográficas

Sean X_A e Y_A las coordenadas cartesianas del punto cuyas coordenadas geográficas pretendemos calcular. Empezamos por calcular las coordenadas polares del punto:

$$\operatorname{tg} \omega_A = \frac{X_A - 600.000}{600.000 + r_0 - Y_A} = \frac{X_A - 600.000}{8.202.950,9 - Y_A}$$

$$r_A = \frac{X_A - 600.000}{\operatorname{sen} \omega_A}$$

La convergencia sólo depende de la longitud M_A :

$$M_A = \frac{\omega_A}{\operatorname{sen} 40^\circ}$$

Para calcular la latitud L_A entramos en la tabla de radios con el valor obtenido para el radio vector r_A . Normalmente será necesario interpolar entre los valores de la tabla, por lo que se dan también las diferencias para cada $5'$ ($300''$).

Proyección Lambert: Tabla de radios

Latitud L	Radio vector r	Diferencias	Latitud L	Radio vector r	Diferencias
36° 00'	8.046.757,99	-9.257,09	40° 00'	7.602.950,91	-9.241,88
36° 05'	8.037.500,90	-9.256,32	40° 05'	7.593.709,03	-9.242,04
36° 10'	8.028.244,58	-9.255,58	40° 10'	7.584.466,99	-9.242,21
36° 15'	8.018.988,99	-9.254,86	40° 15'	7.575.224,78	-9.242,40
36° 20'	8.009.734,14	-9.254,15	40° 20'	7.565.982,38	-9.242,62
36° 25'	8.000.479,99	-9.253,46	40° 25'	7.556.739,76	-9.242,85
36° 30'	7.991.226,53	-9.252,79	40° 30'	7.547.496,91	-9.243,10
36° 35'	7.981.973,73	-9.252,14	40° 35'	7.538.253,81	-9.243,37
36° 40'	7.972.721,59	-9.251,51	40° 40'	7.529.010,43	-9.243,67
36° 45'	7.963.470,07	-9.250,90	40° 45'	7.519.766,77	-9.243,98
36° 50'	7.954.219,17	-9.250,31	40° 50'	7.510.522,79	-9.244,31
36° 55'	7.944.968,86	-9.249,73	40° 55'	7.501.278,48	-9.244,66
37° 00'	7.935.719,13	-9.249,18	41° 00'	7.492.033,82	-9.245,03
37° 05'	7.926.469,95	-9.248,64	41° 05'	7.482.788,79	-9.245,42
37° 10'	7.917.221,31	-9.248,12	41° 10'	7.473.543,36	-9.245,83
37° 15'	7.907.973,18	-9.247,63	41° 15'	7.464.297,53	-9.246,27
37° 20'	7.898.725,55	-9.247,15	41° 20'	7.455.051,26	-9.246,72
37° 25'	7.889.478,41	-9.246,69	41° 25'	7.445.804,55	-9.247,19
37° 30'	7.880.231,72	-9.246,24	41° 30'	7.436.557,36	-9.247,68
37° 35'	7.870.985,48	-9.245,82	41° 35'	7.427.309,68	-9.248,19
37° 40'	7.861.739,66	-9.245,42	41° 40'	7.418.061,49	-9.248,72
37° 45'	7.852.494,24	-9.245,03	41° 45'	7.408.812,77	-9.249,27
37° 50'	7.843.249,21	-9.244,67	41° 50'	7.399.563,50	-9.249,84
37° 55'	7.834.004,55	-9.244,32	41° 55'	7.390.313,66	-9.250,43
38° 00'	7.824.760,23	-9.243,99	42° 00'	7.381.063,23	-9.251,04
38° 05'	7.815.516,24	-9.243,68	42° 05'	7.371.812,18	-9.251,68
38° 10'	7.806.272,56	-9.243,39	42° 10'	7.362.560,51	-9.252,33
38° 15'	7.797.029,17	-9.243,12	42° 15'	7.353.308,18	-9.253,00
38° 20'	7.787.786,05	-9.242,87	42° 20'	7.344.055,18	-9.253,69
38° 25'	7.778.543,18	-9.242,64	42° 25'	7.334.801,48	-9.254,41
38° 30'	7.769.300,54	-9.242,42	42° 30'	7.325.547,08	-9.255,14
38° 35'	7.760.058,12	-9.242,23	42° 35'	7.316.291,94	-9.255,89
38° 40'	7.750.815,89	-9.242,05	42° 40'	7.307.036,04	-9.256,67
38° 45'	7.741.573,83	-9.241,90	42° 45'	7.297.779,37	-9.257,46
38° 50'	7.732.331,94	-9.241,76	42° 50'	7.288.521,91	-9.258,28
38° 55'	7.723.090,17	-9.241,64	42° 55'	7.279.263,63	-9.259,11
39° 00'	7.713.848,53	-9.241,55	43° 00'	7.270.004,52	-9.259,97
39° 05'	7.704.606,98	-9.241,47	43° 05'	7.260.744,55	-9.260,85
39° 10'	7.695.365,51	-9.241,41	43° 10'	7.251.483,70	-9.261,74
39° 15'	7.686.124,11	-9.241,37	43° 15'	7.242.221,96	-9.262,66
39° 20'	7.676.882,74	-9.241,35	43° 20'	7.232.959,29	-9.263,60
39° 25'	7.667.641,39	-9.241,35	43° 25'	7.223.695,69	-9.264,56
39° 30'	7.658.400,04	-9.241,36	43° 30'	7.214.431,13	-9.265,54
39° 35'	7.649.158,68	-9.241,40	43° 35'	7.205.165,59	-9.266,54
39° 40'	7.639.917,28	-9.241,46	43° 40'	7.195.899,04	-9.267,57
39° 45'	7.630.675,82	-9.241,54	43° 45'	7.186.631,48	-9.268,61
39° 50'	7.621.434,28	-9.241,63	43° 50'	7.177.362,87	-9.269,67
39° 55'	7.612.192,65	-9.241,75	43° 55'	7.168.093,19	

4.4.- ORIENTACIÓN LAMBERT

La dirección del eje Y de la cuadrícula de coordenadas cartesianas Lambert sólo coincide con la meridiana en el meridiano central, tal como se aprecia en las figuras 4.1 y 4.3. En cualquier otro punto, el eje Y Lambert y la meridiana formarán un ángulo ω , que es la convergencia de meridianos, cuyo valor dependerá de la longitud geográfica del punto en cuestión respecto al meridiano central.

La orientación Lambert es el ángulo α_A^B (figura 4.4) que forma una determinada alineación A-B con la dirección del eje Y Lambert en uno de los extremos A de la misma, medido desde dicho eje y en dirección horaria. La diferencia entre ese valor y el acimut topográfico θ_A^B de la misma alineación es, precisamente, la convergencia entre el meridiano que pasa por A y el meridiano de Madrid ya que, como sabemos, el acimut está referido a la meridiana:

$$\alpha = \theta \pm \omega$$

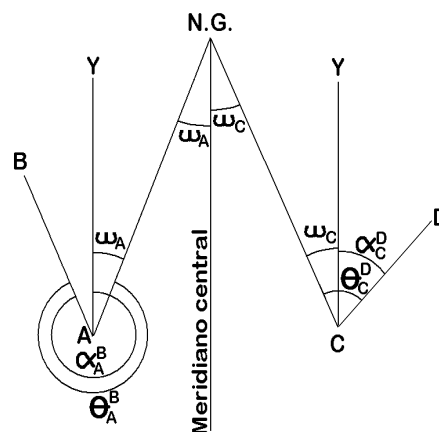


Fig. 4.4. Orientación Lambert

Según el punto se sitúe al este o al oeste del meridiano de Madrid, la convergencia se resta del acimut o se suma, tal como puede verse en la figura 4.4. En ésta:

$$\alpha_A^B = \theta_A^B + \omega_A$$

$$\alpha_C^D = \theta_C^D - \omega_C$$

Para calcular la orientación Lambert de una alineación a partir de las coordenadas cartesianas de sus puntos extremos, hemos de tener en cuenta las posiciones relativas de estos. Así, en los casos de la figura 4.4, será:

$$\alpha_A^B = 300^g + \arctg \frac{|Y_B - Y_A|}{|X_B - X_A|}$$

$$\alpha_C^D = \arctg \frac{|X_D - X_C|}{|Y_D - Y_C|}$$

4.5.- DISTANCIA LAMBERT

Para calcular la distancia Lambert entre dos puntos A y B a partir de sus coordenadas cartesianas, basta con hacer:

$$D_{AB} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

Para calcular la correspondiente distancia geodésica, hay que dividir la distancia Lambert por el módulo de deformación lineal K. Los valores de K dependen de la latitud geográfica L y pueden calcularse con la expresión:

$$K = \frac{r \operatorname{sen} 40^\circ}{N \cos L}$$

r es el radio vector, N la gran normal (véase 2.2) y L la latitud. En el caso que nos ocupa, cálculo de la distancia geodésica entre dos puntos, conviene emplear, en lugar de los correspondientes a A , los valores medios de los dos puntos.

4.6.- EJERCICIOS

4.6.1.- *Calcula las coordenadas polares Lambert de un punto P del que se conocen las coordenadas geográficas:*

$$M_P = 1^\circ 15' 45,20''$$

$$L_P = 38^\circ 57' 08,12''$$

Calculamos la excentricidad del elipsoide de Struve con los datos de 1.4:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = 0,082306499$$

Aplicando las expresiones de 4.3.1:

$$r_P = 12.380.512,98 \left(\operatorname{tg} \frac{90^\circ - L_P}{2} \right)^{\operatorname{sen} 40^\circ} \left(\frac{1 + e \operatorname{sen} L_P}{1 - e \operatorname{sen} L_P} \right)^{\frac{e \operatorname{sen} 40^\circ}{2}} = 7.719.143,361m$$

$$\omega_P = M_P \operatorname{sen} 40^\circ = 0,811555067652^\circ = 0^\circ 48' 41,6''$$

También podemos utilizar la tabla de radios de 4.3.2 para el cálculo del radio vector. Se entra con la latitud del punto P y se obtiene un valor, para $38^\circ 55'$, de $r = 7.723.090,17$. La diferencia entre la latitud de la tabla y la de P es de $2' 08,12'' = 128,12''$. Interpolando:

$$300'' \rightarrow -9.241,64$$

$$128,12'' \rightarrow c$$

$$c = -3.946,796$$

De ahí:

$$r_P = r + c = 7.719.143,374m$$

que da un resultado bastante aproximado.

4.6.2.- *Calcula las coordenadas cartesianas Lambert del punto P del ejercicio anterior.*

Aplicando las expresiones de 4.3.1:

$$X_P = 600.000 + r_P \operatorname{sen} \omega_P = 709.332,668m$$

$$Y_P = 600.000 + r_0 - r_P \cos \omega_P = 484.581,863m$$

siendo $r_0 = 7.602.950,9m$ el radio vector del paralelo 40° .

También puede emplearse el *Programa de Aplicaciones Geodésicas* disponible en la página web del Instituto Geográfico Nacional (véase 5.5.2).

4.6.3.- Calcula las coordenadas geográficas de un punto Q cuyas coordenadas cartesianas Lambert son:

$$X_Q = 468.055,329m \quad Y_Q = 512.539,753m$$

Con las expresiones de 4.3.2 calculamos:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \omega_Q &= \frac{X_Q - 600.000}{600.000 + r_0 - Y_Q} & \omega_Q &= -58'58,55'' \\ r_Q &= \frac{X_Q - 600.000}{\operatorname{sen} \omega_Q} = 7.691.542,954 \end{aligned}$$

La longitud M_Q se calcula:

$$M_Q = \frac{\omega_Q}{\operatorname{sen} 40^\circ} = -1^\circ 31'45''$$

Entrando con el valor de r_Q en la tabla de radios e interpolando, obtenemos la latitud:

$$L_Q = 39^\circ 12'04,09''$$

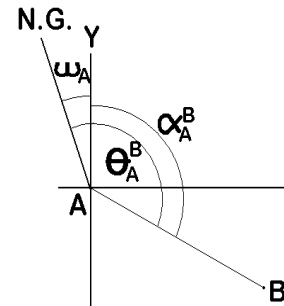
Empleando el *Programa de Aplicaciones Geodésicas* del Instituto Geográfico Nacional obtenemos los mismos resultados.

4.6.4.- Calcula la orientación Lambert α_A^B de la alineación formada por los puntos A y B, de coordenadas:

$$\begin{aligned} X_A &= 768.403,245m & Y_A &= 449.958,803m \\ X_B &= 769.112,450m & Y_B &= 449.442,132m \end{aligned}$$

La expresión a utilizar se deduce del croquis adjunto:

$$\alpha_A^B = 90^\circ + \operatorname{arco} \operatorname{tg} \frac{|Y_B - Y_A|}{|X_B - X_A|} = 126^\circ 04'26,9''$$



4.6.5.- Calcula el acimut topográfico de la alineación del ejercicio anterior.

La convergencia correspondiente al punto A se calcula:

$$\operatorname{tg} \omega_A = \frac{X_A - 600.000}{600.000 + r_0 - Y_A} \quad \omega_A = 1^\circ 14'39,59''$$

El acimut topográfico, tal como se vio en 4.4 y teniendo en cuenta que el punto A se sitúa al este del meridiano de Madrid, será (véase croquis adjunto):

$$\theta_A^B = \alpha_A^B + \omega_A = 127^\circ 19'06,49''$$

4.6.6.- Calcula la distancia Lambert, el módulo de deformación lineal y la distancia geodésica entre los puntos:

$$M_P = 1^{\circ}15'45,20''$$

$$L_P = 38^{\circ}57'08,12''$$

$$M_Q = 1^{\circ}15'23,56''$$

$$L_Q = 38^{\circ}57'12,09''$$

Calculamos las coordenadas cartesianas de ambos puntos, como en el ejercicio 4.6.2:

$$X_P = 709.332,668m$$

$$Y_P = 484.581,863m$$

$$X_Q = 708.810,439m$$

$$Y_Q = 484.696,793m$$

Aplicamos las expresiones de 4.5. Distancia Lambert:

$$D_{PQ} = \sqrt{(X_Q - X_P)^2 + (Y_Q - Y_P)^2} = 534,726m$$

Los valores de K pueden calcularse con la expresión:

$$K = \frac{r \operatorname{sen} 40^{\circ}}{N \cos L}$$

Vamos a calcular los valores de K correspondientes a los dos puntos y a emplear su valor medio:

Punto P:

$$r_P = 7.719.143,361 \text{ (véase 4.3.1)}$$

$$N_P = 6.386.854,192 \text{ (véase 2.2)}$$

$$K_P = 0,9989740318$$

Punto Q:

$$r_Q = 7.719.021,063$$

$$N_Q = 6.386.854,600$$

$$K_Q = 0,9989736844$$

Tomamos el valor medio: $K_m = 0,9989738$

De donde, finalmente:

$$D_g = \frac{D_{PQ}}{K_m} = 535,275m$$

5. PROYECCIÓN UTM. CAMBIO DE ELIPSOIDE

5.1.- PROYECCIÓN UTM

UTM son las siglas de *Universal Transversa Mercator*. Se trata de una proyección desarrollable, sobre un cilindro tangente al elipsoide. Se denomina transversa porque la tangencia no se hace sobre un paralelo sino sobre un meridiano, que es la única línea automecoica en esta proyección (figura 5.1).

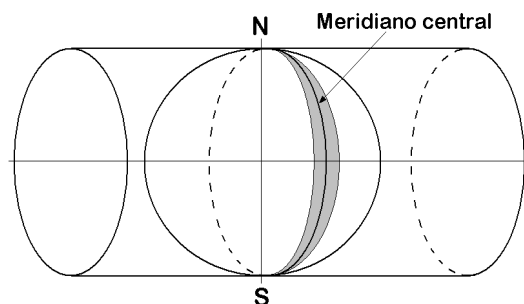


Fig. 5.1. Proyección UTM

El sistema de coordenadas cartesianas está formado por la proyección del Ecuador, que se toma como eje de las XX , y la proyección del meridiano de tangencia, que se toma como eje de las YY .

Las deformaciones lineales aumentan con el cuadrado de la distancia al meridiano de tangencia. Para mantenerlas en niveles aceptables se divide la Tierra en 60 husos, de 6° de amplitud cada uno, contando a partir del antimeridiano de Greenwich, y en cada huso se aplica la proyección cilíndrica con relación al meridiano que pasa por su centro. Existen, por tanto, dos ejes de simetría: el Ecuador y el meridiano de tangencia rectificado. Todos los husos son idénticos desde el punto de vista geométrico, lo que permite usar las mismas expresiones y tablas para realizar los cálculos en cualquiera de ellos. La proyección UTM se limita a la zona comprendida entre los paralelos $+80^\circ$ y -80° , completándose, en las zonas polares, por sendas proyecciones estereográficas. También se aplica, para reducir las deformaciones lineales, un factor de escala $K_0 = 0,9996$, lo que equivale a sustituir el cilindro tangente por uno secante. Aparecen así dos nuevas líneas automecoicas en cada huso, simétricas respecto al meridiano central.

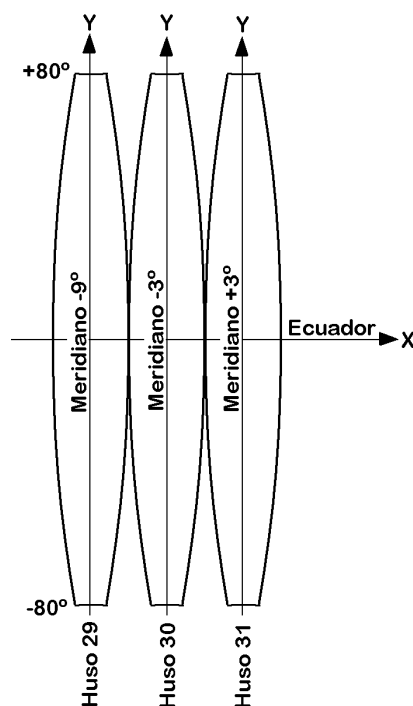


Fig. 5.2. Proyección UTM: husos 29,30 y 31

Por otra parte, la existencia de 60 husos complica de manera considerable el empleo de este sistema proyectivo, al hacerse necesario el empleo de fórmulas complejas para realizar cálculos entre puntos situados en distintos husos. La Península Ibérica, por ejemplo, se encuentra comprendida entre tres husos consecutivos, 29, 30 y 31 (figura 5.2). Para paliar, en parte, estos inconvenientes, existen unas zonas de

solape entre husos, de unos 85Km de anchura, en las que los vértices geodésicos están calculados en los sistemas de coordenadas de ambos husos.

Para evitar la aparición de coordenadas negativas, se asigna al origen de coordenadas de cada huso el valor $X_0 = 500.000m$. Por la misma razón, las coordenadas Y correspondientes al hemisferio sur se obtienen de la expresión $10^6 - y$, siendo y la coordenada referida al Ecuador.

5.2.- COORDENADAS UTM

Las expresiones que se desarrollan en los apartados siguientes, y que permiten la transformación entre coordenadas geográficas y cartesianas UTM, son bastante complejas. Si se precisa realizar transformaciones de este tipo es muy recomendable utilizar una calculadora geodésica debidamente contrastada, como las que pueden encontrarse en Internet.

5.2.1.- Transformación de coordenadas geográficas en cartesianas

La transformación de coordenadas geográficas λ y φ de un punto, referidas al sistema ETRS89 o ED50, a cartesianas UTM puede hacerse aplicando las expresiones siguientes:

$$y = (I) + (II) p^2 + (III) p^4 + A_6$$

En el hemisferio norte, $Y = y$. En el hemisferio sur, como hemos visto, se hace $Y = 10^6 - y$

$$X = 500.000 + (IV) p + (V) p^3 + B_5$$

siendo:

$$p = \frac{(\lambda - \lambda_0)''}{10.000}$$

$(\lambda - \lambda_0)''$ es la diferencia entre la longitud λ del punto, referida al meridiano de Greenwich, y la longitud λ_0 del meridiano central del huso en que estemos calculando las coordenadas. La longitud del punto irá con su signo: si está situado al oeste de Greenwich, se pone signo negativo.

$$\begin{aligned} \beta &= m \varphi'' \operatorname{sen} 1'' - n \operatorname{sen} 2\varphi + u \operatorname{sen} 4\varphi - v \operatorname{sen} 6\varphi \\ \beta &= 6.367.654,495 \varphi'' \operatorname{sen} 1'' - 16.107,02762 \operatorname{sen} 2\varphi + \\ &\quad + 16,97445539 \operatorname{sen} 4\varphi - 0,021930759 \operatorname{sen} 6\varphi \\ \eta &= e' \cos \varphi \end{aligned}$$

β es la longitud del arco de elipse meridiana entre el Ecuador y el punto en cuestión. φ'' es la latitud del punto expresada en segundos. N es la gran normal en el punto. e' es la segunda excentricidad del elipsoide que corresponda. η es una función auxiliar.

$$(I) = K_0 \beta \quad K_0 = 0,9996$$

$$\begin{aligned}
 (II) &= \frac{N \cos^2 \varphi \operatorname{tg} \varphi \operatorname{sen}^2 1'' K_0 10^8}{2} \\
 (III) &= \frac{N \cos^4 \varphi \operatorname{tg} \varphi \operatorname{sen}^4 1'' (5 - \operatorname{tg}^2 \varphi + 9 \eta^2 + 4 \eta^4) K_0 10^{16}}{24} \\
 (IV) &= N \cos \varphi \operatorname{sen} 1'' K_0 10^4 \\
 (V) &= \frac{N \cos^3 \varphi \operatorname{sen}^3 1'' (1 - \operatorname{tg}^2 \varphi + \eta^2) K_0 10^{12}}{6} \\
 A_6 &= \frac{p^6 N \cos^6 \varphi \operatorname{tg} \varphi \operatorname{sen}^6 1'' (61 - 58 \operatorname{tg}^2 \varphi + \operatorname{tg}^4 \varphi + 270 \eta^2 - 330 \operatorname{tg}^2 \varphi \eta^2) K_0 10^{24}}{720} \\
 B_5 &= \frac{p^5 N \cos^5 \varphi \operatorname{sen}^5 1'' (5 - 18 \operatorname{tg}^2 \varphi + \operatorname{tg}^4 \varphi + 14 \eta^2 - 58 \operatorname{tg}^2 \varphi \eta^2) K_0 10^{20}}{120}
 \end{aligned}$$

5.2.2.- Transformación de coordenadas cartesianas en geográficas

La transformación de coordenadas cartesianas X e Y de un punto en coordenadas geográficas λ y φ puede hacerse aplicando las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned}
 \varphi &= \varphi' + \frac{(VII) q^2 + (VIII) q^4 - D_6}{3600''} \\
 \lambda &= \lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{3600''}
 \end{aligned}$$

$\Delta\lambda$ se obtiene de:

$$\Delta\lambda = (IX) q - (X) q^3 + E_5$$

El valor de q se obtiene de:

$$q = \frac{(X - 500.000)}{10^6}$$

Los valores de los coeficientes dependen de φ' , que es la latitud de un punto del meridiano central del huso que tenga la misma coordenada Y que el que queremos calcular. Se obtiene por interpolación a partir de:

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= \frac{Y}{K_0 m \operatorname{sen} 1'' 3.600''} \quad (1^a \text{ aproximación}) \\
 \varphi_2 &= \frac{\frac{Y}{K_0} + n \operatorname{sen} 2\varphi_1 - u \operatorname{sen} 4\varphi_1 + v \operatorname{sen} 6\varphi_1}{m \operatorname{sen} 1'' 3.600''} \quad (2^a \text{ aproximación}) \\
 \varphi' &= \frac{\frac{Y}{K_0} + n \operatorname{sen} 2\varphi_2 - u \operatorname{sen} 4\varphi_2 + v \operatorname{sen} 6\varphi_2}{m \operatorname{sen} 1'' 3.600''} \quad (3^a \text{ aproximación})
 \end{aligned}$$

$$\text{con: } m = 6.367.654,495 \quad n = 16.107,02762 \quad u = 16,97445539 \quad v = 0,021930759$$

Con el valor de φ' se calculan los de la gran normal N' y la función η' . Con estos valores se obtienen los coeficientes para las ecuaciones anteriores:

$$\begin{aligned}
 (VII) &= \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{2 N'^2 \operatorname{sen} 1''} (1 + \eta'^2) \frac{1}{K_0^2} 10^{12} \\
 (VIII) &= \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{24 N'^4 \operatorname{sen} 1''} (5 + 3 \operatorname{tg}^2 \varphi' + 6 \eta'^2 - 6 \operatorname{tg}^2 \varphi' \eta'^2 - 3 \eta'^4 - 9 \operatorname{tg}^2 \varphi' \eta'^4) \frac{1}{K_0^4} 10^{24} \\
 (IX) &= \frac{1}{N' \cos \varphi' \operatorname{sen} 1''} \frac{1}{K_0} 10^6 \\
 (X) &= \frac{1}{6 N'^3 \cos \varphi' \operatorname{sen} 1''} (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \varphi' + \eta'^2) \frac{1}{K_0^3} 10^{18} \\
 D_6 &= \frac{\operatorname{tg} \varphi' q^6}{720 N'^6 \operatorname{sen} 1''} (61 + 90 \operatorname{tg}^2 \varphi' + 45 \operatorname{tg}^4 \varphi' + 107 \eta'^2 - 162 \operatorname{tg}^2 \varphi' \eta'^2 - 45 \operatorname{tg}^4 \varphi' \eta'^2) \frac{1}{K_0^6} 10^{36} \\
 E_5 &= \frac{q^5}{120 N'^5 \cos \varphi' \operatorname{sen} 1''} (5 + 28 \operatorname{tg}^2 \varphi' + 24 \operatorname{tg}^4 \varphi' + 6 \eta'^2 + 8 \operatorname{tg}^2 \varphi' \eta'^2) \frac{1}{K_0^5} 10^{30}
 \end{aligned}$$

Si se conocen las coordenadas cartesianas UTM de un punto referidas a un determinado huso y se desea calcular las que corresponden al huso contiguo, puede operarse de la siguiente forma:

- Se calculan las coordenadas geográficas del punto.
- Se transforman de nuevo estas coordenadas en cartesianas, pero teniendo en cuenta que el valor de λ_0 a emplear será el que corresponda a la longitud del meridiano central del nuevo huso.

5.3.- ORIENTACIÓN UTM

La orientación UTM es el ángulo que forma una determinada alineación con la paralela al eje Y UTM del huso que corresponda trazada por uno de los extremos de la misma, medido desde dicha paralela y en dirección horaria. Como en el caso de la proyección Lambert, la diferencia entre la orientación UTM de una alineación y su acimut topográfico es la convergencia UTM, que suele denominarse por la letra griega γ .

Por tanto, la convergencia UTM en un punto es el ángulo γ que forman en ese punto el meridiano y la paralela al eje Y del huso trazada por el punto. Será negativa para valores situados al oeste del meridiano central del huso.

5.3.1.- Cálculo de la convergencia UTM a partir de las coordenadas geográficas

Se emplean las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned}
 \gamma'' &= (XII) p + (XIII) p^3 + C_5 \\
 (XII) &= \operatorname{sen} \varphi 10^4 \\
 (XIII) &= \frac{1}{3} \operatorname{sen} \varphi \cos^2 \varphi (1 + 3 \eta'^2 + 2 \eta'^4) \operatorname{sen}^2 1'' 10^{12} \\
 C_5 &= \frac{1}{15} \operatorname{sen} \varphi \cos^4 \varphi (2 - \operatorname{tg}^2 \varphi) p^5 \operatorname{sen}^4 1'' 10^{20}
 \end{aligned}$$

p y η se calculan como en 5.2.

5.3.2.- Cálculo de la convergencia UTM a partir de las coordenadas cartesianas

Se emplean las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned} \gamma'' &= (XV) q - (XVI) q^3 + F_5 \\ (XV) &= \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{N' \operatorname{sen} 1''} \frac{1}{K_0} 10^6 \\ (XVI) &= \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{3 N'^3 \operatorname{sen} 1''} (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi' + \eta'^2 - 2\eta'^4) \frac{1}{K_0^3} 10^{18} \\ F_5 &= \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{15 N'^5 \operatorname{sen} 1''} (2 + 5 \operatorname{tg}^2 \varphi' + 3 \operatorname{tg}^4 \varphi' \eta'^2) q^5 \frac{1}{K_0^5} 10^{30} \end{aligned}$$

q , φ' , N' y η' se calculan como en 5.2 y tienen el mismo sentido que allí.

5.4.- DISTANCIA UTM

La distancia UTM a partir de las coordenadas cartesianas de dos puntos se calcula como en 4.5. Si las coordenadas de que se dispone son las geográficas, basta con transformarlas en cartesianas como se ha visto en 5.2.

Para calcular la correspondiente distancia geodésica, hay que dividir la distancia UTM por el módulo de deformación lineal K . Los valores de K se calculan en función de las coordenadas geográficas mediante:

$$\begin{aligned} K &= K_0 [1 + (XX) p^2] \\ (XX) &= \frac{1}{2} \cos^2 \varphi \operatorname{sen}^2 1'' (1 + \eta^2) 10^8 \end{aligned}$$

Para calcularlos a partir de las coordenadas cartesianas se emplea:

$$\begin{aligned} K &= K_0 [1 + (XVIII) q^2 + 0,00003 q^4] \\ (XVIII) &= \frac{1}{2N'^2} (1 + \eta'^2) \frac{1}{K_0^2} 10^{12} \end{aligned}$$

De forma aproximada, los valores de K para la Península Ibérica pueden calcularse mediante:

$$K = K_0 [1 + 0,012325 q^2 + 0,00003 q^4]$$

5.5.- CAMBIO DE SISTEMA DE REFERENCIA GEODÉSICO

La Ley de Minas de 21 de julio de 1973 definió las cuadrículas mineras, que debían ir referidas al datum Madrid (elipsoide de Struve, meridiano de Madrid). La modificación de esta Ley, de 5 de noviembre de 1980, cambió el sistema de referencia en el que se definían los trabajos de cartografía minera, estableciendo como nuevo sistema el ED50 (elipsoide Hayford, meridiano de Greenwich). Finalmente, y como ya

se ha explicado, el RD 1071/2007, de 27 de julio, estableció el ETRS89 como nuevo sistema de referencia geodésico para nuestro país. Las cuadrículas mineras, desde el 1 de enero de 2015, deben ir referidas a este sistema.

Puesto que existe documentación minera en los tres sistemas de referencia citados, es necesario, en ocasiones, realizar transformaciones entre ellos, calculando las coordenadas en ETRS89 de puntos de los que se conocen sus coordenadas ED50 o datum Madrid y viceversa. Todas las transformaciones pueden realizarse empleando el *Programa de Aplicaciones Geodésicas* (PAG) del Instituto Geográfico Nacional, que es el método que recomendamos. Además, en 5.5.1 se explican otros métodos para transformar coordenadas geográficas.

5.5.1.- Transformación entre coordenadas geográficas antiguas y modernas

Si los puntos vienen dados por sus coordenadas cartesianas en un determinado sistema de referencia, calcularemos sus coordenadas geográficas en el mismo sistema antes de transformarlas al otro. Una vez transformadas, si fuese necesario, calcularemos sus coordenadas cartesianas. Estas operaciones de transformación entre coordenadas geográficas y cartesianas se explicaron en 4.3 y 5.2.

Para transformar coordenadas geográficas datum Madrid a datum ED50 o ETRS89 pueden emplearse los siguientes procedimientos:

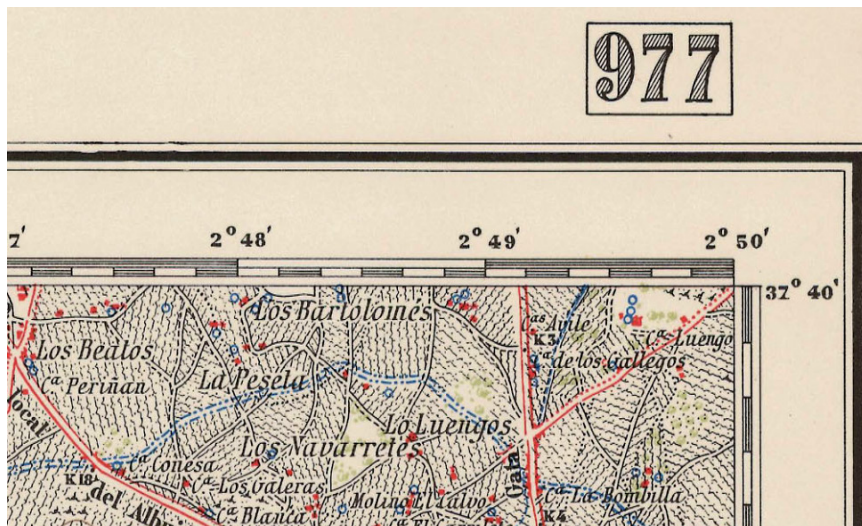


Fig. 5.3. Esquina noreste de la antigua hoja 977 (Cartagena) del MTN

Si se dispone de coordenadas en ambos sistemas de un vértice geodésico próximo

Disponiendo de las coordenadas geográficas en ambos sistemas de un vértice geodésico próximo al punto que se necesita transformar, podemos calcular las diferencias en longitud y latitud y aplicarlas a las coordenadas geográficas del punto. Siendo λ_V y φ_V las coordenadas geográficas datum ED50 o ETRS89 y M_V y L_V las correspondientes al datum Madrid del vértice, haremos:

$$c_\lambda = \lambda_V - M_V$$

$$c_{\varphi} = \varphi_V - L_V$$

Estas diferencias se aplican a las coordenadas del punto:

$$\lambda_P = M_P + c_{\lambda}$$

$$\varphi_P = L_P + c_{\varphi}$$

Si se dispone de las coordenadas de las esquinas de la hoja del MTN

Disponiendo de las coordenadas geográficas de las esquinas de la hoja del Mapa Topográfico Nacional escala 1:50.000 (figura 5.3) en la que aparece el punto de interés, aplicaremos el procedimiento anterior empleando, en lugar del vértice, la esquina de la hoja más próxima al punto. Las hojas del MTN pueden encontrarse en la página web del Instituto Geográfico Nacional. Siendo λ_E y φ_E las coordenadas geográficas datum ED50 o ETRS89 y M_E y L_E las datum Madrid de la esquina elegida de la hoja:

$$c_{\lambda} = \lambda_E - M_E$$

$$c_{\varphi} = \varphi_E - L_E$$

Las coordenadas del punto se calculan como en el caso anterior.

Estudio estadístico realizado por el Doctor Martín Asín

Este estudio figura en el libro *Geodesia y Cartografía Matemática* de Fernando Martín Asín y muestra cómo transformar coordenadas entre datum Madrid y ED50. Para realizar la transformación hay que introducir la longitud del Observatorio Astronómico de Madrid (origen de longitudes del datum Madrid) referida al meridiano de Greenwich. Este valor es $\lambda_M = -3^{\circ}41'16,5''$.

Además, se proponen unas expresiones obtenidas de un estudio estadístico sobre la compensación en bloque de la red de vértices geodésicos. Para calcular las correcciones para el conjunto de puntos de la zona central y sur de la Península se pueden emplear las siguientes:

$$(c_{\lambda})'' = 2,6620443 - 0,0036000 M_P + 0,0799200 L_P - 0,0000109 h + (\lambda_M)''$$

$$(c_{\varphi})'' = 8,4386918 - 0,0367200 M_P - 0,0972000 L_P - 0,0000406 h$$

siendo M_P y L_P las coordenadas geográficas datum Madrid del punto, expresadas en grados, y h su altitud. La longitud λ_M debe expresarse en segundos. Las correcciones obtenidas c_{λ} y c_{φ} también se expresan en segundos y se aplican como en los casos anteriores.

5.5.2.- Cambio de sistema de referencia ED50 a ETRS89

En teoría, este cambio de datum podría llevarse a cabo recalculando las coordenadas de la red de vértices mediante una transformación conforme de siete parámetros (traslación, rotación y cambio de escala). En la práctica, sin embargo, el

uso de métodos de medida distintos, criterios de ajuste diferentes, errores de medida, etc., provocan cambios de forma a lo largo de la red que hacen inviable este método. Una forma adecuada de realizar la transformación de coordenadas ED50 consiste en considerar las distorsiones propias de cada zona, mediante un modelo que comprenda todo el territorio (España, en nuestro caso) de interés.

El RD 1071/2007 establece que los métodos para aplicar la transformación al nuevo sistema de las coordenadas referidas a los sistemas antiguos serán establecidos y hechos públicos por el Consejo Superior Geográfico en su página web.

En la página web del Instituto Geográfico Nacional (IGN) pueden encontrarse las siguientes herramientas:

- **Programa de Aplicaciones Geodésicas (PAG):** transformación de puntos o ficheros de puntos entre Datum Madrid, ED50 y ETRS89, tanto en coordenadas geográficas como en cartesianas, valores de ondulación del geoide y desviación de la vertical.
- **Rejilla de transformación de datum:** herramienta oficial para la transformación de datum entre ED50 y ETRS89 en España, con un grado de acuerdo de sólo algunos centímetros en todo el territorio. Consta de dos rejillas, una para la península (PENR2009.gsb) y otra para Baleares (BALR2009.gsb). Están en formato NTV2 y contienen los incrementos en longitud y latitud entre estos dos datums.

5.6.- EJERCICIOS

5.6.1.- Calcula las coordenadas cartesianas UTM de un punto P cuyas coordenadas geográficas (ETRS89) son:

$$\lambda_P = -0^\circ 55' 55,27'' \quad \varphi_P = 37^\circ 39' 28,29''$$

Se ha resuelto con ayuda del Programa de Aplicaciones Geodésicas (PAG) del IGN:

$$X_P = 682.413,595m \quad Y_P = 4.169.866,483m$$

El punto está situado en el huso 30.

5.6.2.- Calcula las coordenadas geográficas de un vértice V, situado en el huso 30 y cuyas coordenadas cartesianas UTM (ETRS89) son:

$$X_V = 687.630,6m \quad Y_V = 4.165.885,0m$$

Se ha resuelto con ayuda del PAG del IGN:

$$\lambda_V = -0^\circ 52' 26,17'' \quad \varphi_V = 37^\circ 37' 15,40''$$

5.6.3.- Calcula las coordenadas UTM en el huso 31 del vértice V del ejercicio anterior.

Se ha resuelto con ayuda del PAG del IGN. Una vez calculadas las coordenadas geográficas del vértice, se transforman de nuevo en cartesianas indicando que no se

desea referirlas al huso que corresponde (huso normal) sino al siguiente (huso normal+1).

$$X'_V = 158.068,733m$$

$$Y'_V = 4.170.821,836m$$

5.6.4.- Calcula la orientación UTM de la alineación formada por el vértice V del ejercicio 5.6.2 y un punto P, también del huso 30, de coordenadas:

$$X_P = 687.745,9$$

$$Y_P = 4.166.026,4$$

Calcula la convergencia UTM y el acimut de la alineación, ambos en grados sexagesimales.

Se observa, de las coordenadas de ambos puntos, que P se sitúa al noreste del vértice. Por tanto, la orientación UTM se calcula:

$$O_V^P = \arctg \frac{|X_P - X_V|}{|Y_P - Y_V|} = 39^\circ 11' 39,83''$$

Para calcular la convergencia en V, empleamos el PAG del IGN: $\gamma = 1^\circ 17' 54''$

El signo positivo de la convergencia indica que la meridiana en V se sitúa al oeste de la cuadrícula UTM. Por tanto, calculamos el acimut haciendo:

$$\theta_V^P = O_V^P + \gamma = 40^\circ 29' 33,83''$$

5.6.5.- Calcula la distancia UTM entre los dos puntos del ejercicio 5.6.4. Calcula el valor del módulo de deformación lineal y la distancia geodésica entre ellos.

La distancia UTM se calcula:

$$D_{UTM} = \sqrt{(X_V - X_P)^2 + (Y_V - Y_P)^2} = 182,450m$$

Como se trata de una distancia corta, emplearemos el módulo de anamorfosis lineal del punto V, calculado empleando el PAG del IGN:

$$K = 1,00003357 \quad D_G = \frac{D_{UTM}}{K} = 182,438m$$

5.6.6.- Calcula las coordenadas geográficas datum Madrid del vértice del ejercicio 5.6.2.

Se ha resuelto con el PAG del IGN. El resultado es el siguiente:

$$M_V = 2^\circ 48' 49,12''$$

$$L_V = 37^\circ 37' 15,27''$$

5.6.7.- Calcula las coordenadas geográficas Datum Madrid del vértice geodésico Ventura, cuyas coordenadas cartesianas ETRS89 son:

$$X_V = 682.609,3$$

$$Y_V = 4.168.155,3$$

$$\text{Huso: } 30$$

Se ha resuelto con el PAG del IGN. El resultado es el siguiente:

$$M_V = 2^\circ 45' 26,46''$$

$$L_V = 37^\circ 38' 32,53''$$

5.6.8.- Calcula las coordenadas UTM ETRS89 de un punto cuyas coordenadas Lambert son:

$$X_{\text{LAMBERT}} = 825.000$$

$$Y_{\text{LAMBERT}} = 342.000$$

Se ha resuelto con el PAG del IGN. El resultado es el siguiente:

$$X_{\text{UTM}} = 664.361,696 \quad Y_{\text{UTM}} = 4.168.038,313 \quad \text{Huso: } 30$$

5.6.9.- Calcula las coordenadas geográficas y UTM ETRS89 de un punto cuyas coordenadas geográficas Datum Madrid son:

$$M = -3^{\circ}27'30''$$

$$L = 42^{\circ}19'5''$$

Se ha resuelto con el PAG del IGN. El resultado es el siguiente:

$$X = 652.775.067 \quad Y = 4.686.765.273 \quad \text{Huso: } 29$$

$$\lambda = -7^{\circ}8'45,78'' \quad \varphi = 42^{\circ}19'5,34''$$

6. SIG, TELEDETECCIÓN Y MODELOS DIGITALES DEL TERRENO

6.1.- SISTEMAS DE INFORMACIÓN GEOGRÁFICA

Un SIG o Sistema de Información Geográfica (en inglés GIS, siglas de *Geographical Information System*) es una herramienta informática para el almacenamiento, visualización, gestión y análisis de información geográfica, es decir de información con una referencia geográfica dada. Antes de la aparición de los SIG la gestión de la información geográfica se realizaba mediante los mapas temáticos, esto es, con información sobre papel estática y de contenido limitado. Cada vez más se demanda el acceso a la información territorial de forma rápida, fiable y actual.

Para gestionar estos datos surgen los SIG, que asocian informáticamente y de forma conjunta la situación espacial de los elementos y la información temática (características de dichos elementos). Por tanto, un SIG tiene que trabajar a la vez con ambos tipos de información: espacial y temática. Estos sistemas tienen que ser capaces de integrar, almacenar, editar, analizar, compartir y presentar los resultados.

La información se almacena en capas temáticas, que pueden enlazarse geográficamente. Cada capa de información representa un aspecto del territorio: carreteras, red hidrográfica, viviendas, usos del suelo, etc. La información alfanumérica se almacena en forma de tablas, de manera individual o en conjuntos organizados (bases de datos). Las columnas se llaman campos (fields) y las filas registros (records). El diseño más habitual de una base de datos para SIG es el relacional, en el que los datos se almacenan en una colección de tablas vinculadas o enlazadas por sus campos en común (figura 6.1).



ID	AÑO	VEL_PROY	VEL_ESP	EMP	EXP
1	2006	120	120	DRAGADOS	GIASA
2	2003	120	120	FCC	GIASA
3	2005	120	120	ACS	GIASA
4	2005	120	120	OHL	GIASA
5	2002	120	120	FERROVIAL	GIASA

ID	PKO	PKF	TIPO_FIRME	ESP_TOTAL	TIPO_RO
1	0	120	Flexible	18	M-10
8	120	400	Semiflexible	16	M-10
9	400	610	Semirrígido	23	M-10
10	610	850	Rígido	8	M-10
11	850	953	Flexible	6	M-10
2	0	150	Semiflexible	18	M-10
3	150	200	Semirrígido	15	M-10

Fig. 6.1. Base de datos relacional

6.1.1.- Tipos de SIG

En función de la forma de almacenar los datos, podemos distinguir dos tipos: SIG vectoriales, que almacenan la información espacial fundamentalmente mediante elementos geométricos, y SIG ráster, que dividen el espacio en una cuadrícula regular.

SIG vectoriales

Los SIG vectoriales representan la geometría de las figuras digitalmente, mediante tres elementos geométricos:

- el punto, definido por sus coordenadas cartesianas

- la línea, definida por una sucesión de puntos
- el polígono, definido por una sucesión cerrada de líneas que rodean la superficie

El interés se centra, fundamentalmente, en la precisión de la situación espacial, definiendo fenómenos de límites bien establecidos. Cada uno de los elementos tendrá asociada una base de datos que describa los atributos de ese objeto (figura 6.2).

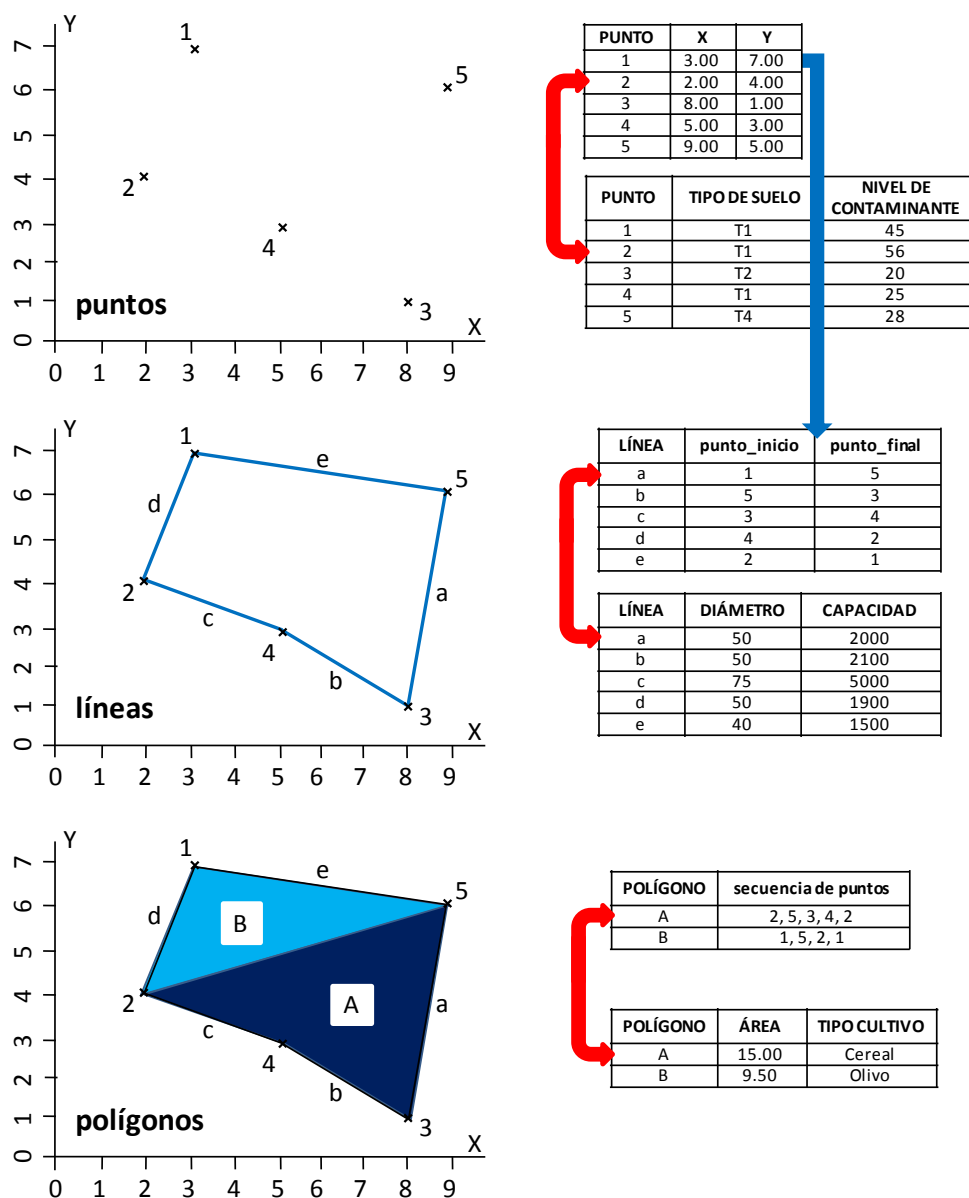


Fig. 6.2. Elementos geométricos de un SIG vectorial

Los SIG vectoriales son más adecuados cuando se representan objetos con límites bien establecidos, como pueden ser parcelas, caminos, etc. En este tipo de SIG se pueden establecer relaciones topológicas, que es el método usado para definir

las relaciones espaciales entre los objetos que nos van a permitir realizar consultas conjuntas, tanto espaciales como temáticas.

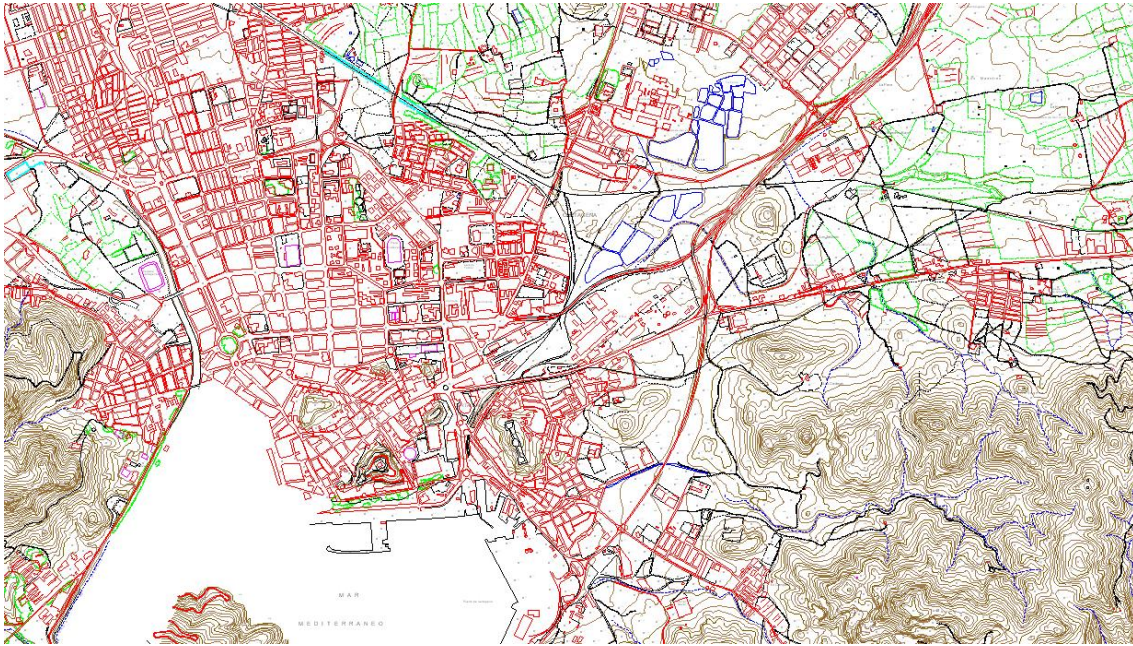


Fig. 6.3. Ejemplo de SIG vectorial: Mapa topográfico. Los elementos están representados mediante, puntos, líneas o polígonos cerrados. (Fuente: www.ign.es)



Fig. 6.4. Ejemplo de SIG vectorial: Mapa del SIOSE, Sistema de Información de Ocupación del Suelo. (Fuente: Ministerio de Medio Ambiente www.siose.es)

Un ejemplo de consulta podría ser: **Indícame cuál el camino más rápido entre dos puntos dados.** Para responder hay que conocer qué líneas están unidas (parte topológica), analizar sus longitudes y ver la velocidad límite en ellas (parte

temática). Otro ejemplo: **Señala las parcelas que están junto al barranco de La Quintilla que tienen cultivo de cítricos y poseen un pozo de agua propio.** El análisis topológico consistiría en identificar las parcelas contiguas al elemento lineal “barranco” y buscar los puntos que se encuentren dentro de esas parcelas. La parte temática sería buscar las parcelas con “cítricos” y los puntos con “pozo” que coincidieran con las anteriores.

SIG ráster

Los SIG ráster dividen el espacio en celdas cuadradas regulares, lo que, en esencia, es una imagen digital dividida en píxeles. Conociendo las coordenadas del centro de una de ellas y el tamaño de la malla regular se pueden calcular las coordenadas del resto y, por lo tanto, la imagen esta georreferenciada. La parte temática se resuelve asignando un valor numérico a cada celda.

El modelo ráster es de aplicación cuando hay que definir información asociada a zonas con límites difusos, como niveles de contaminación. Para definir espacialmente los objetos con precisión es necesario que las celdas sean lo más pequeñas posibles, lo que nos llevará a una resolución alta y por tanto un aumento de memoria, por lo que necesitaremos de más potencia computacional para tratar dicha información.

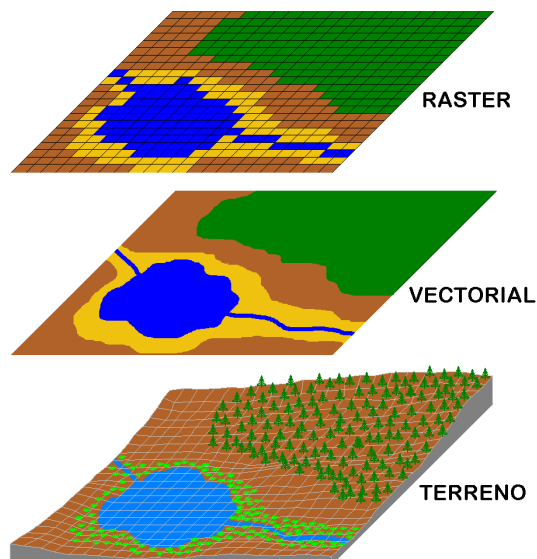


Fig. 6.5. Tipos de SIG

Algunos ejemplos de datos ráster pueden ser: fotos aéreas, modelos de elevaciones del terreno, temperaturas, usos del suelo, pluviometría, etc.

Los análisis o consultas que se pueden realizar con este tipo de SIG se solucionan superponiendo imágenes, es decir comparando diferentes valores temáticos en el mismo espacio (en las mismas celdas). Se trata de consultas como: **Selecciona las zonas cuyo uso del suelo sea bosque y que se**

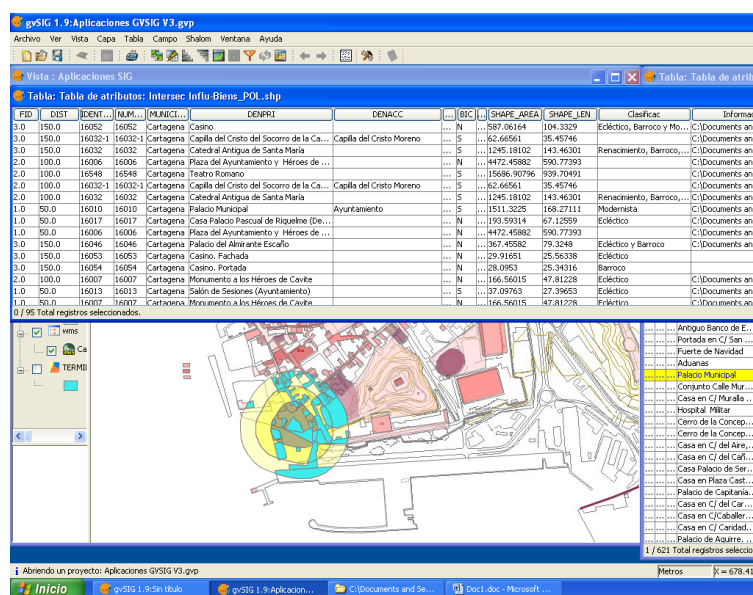
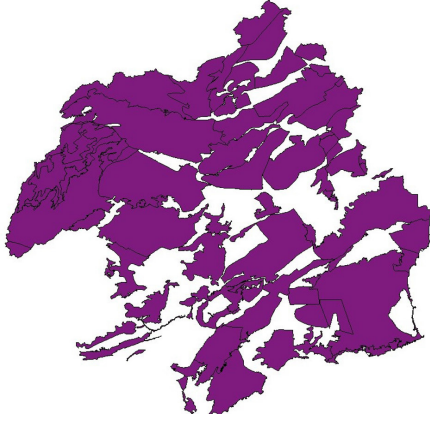


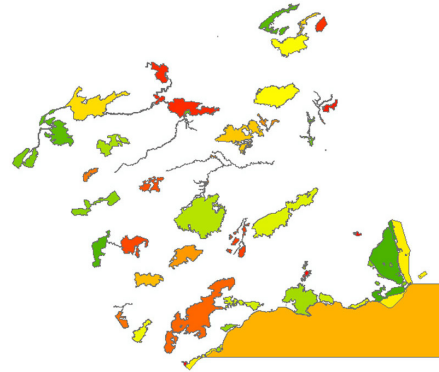
Fig. 6.6. Captura de pantalla de un SIG

encuentren por encima de 500 metros sobre el nivel del mar.

Entre las herramientas SIG disponibles existen muchas que son capaces de manejar simultáneamente información de los dos tipos, ráster y vectorial.



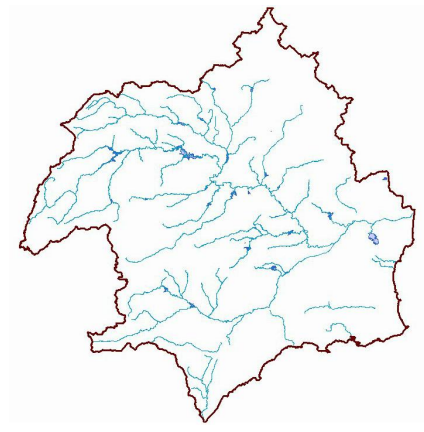
Cuencas de aguas subterráneas (VECTORIAL)



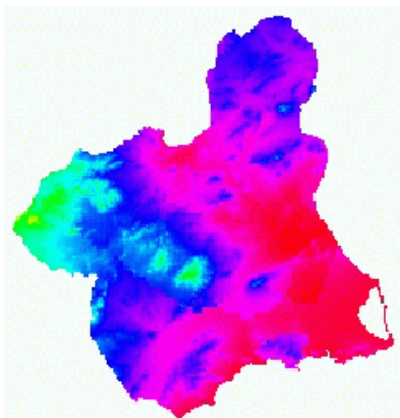
Lugares de Interés Comunitario (RÁSTER)



Modelo Digital de Elevaciones (RÁSTER)



Cuenca hidrográfica y red fluvial (VECTORIAL)



Mapa de temperaturas medias (RÁSTER)

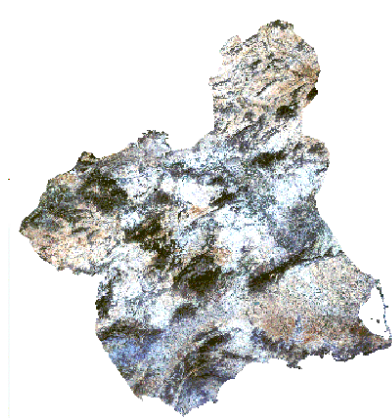


Imagen de teledetección (RÁSTER)

Fig. 6.7. Diversos ejemplos de información vectorial o ráster de la región de Murcia

La figura 6.7 muestra varios ejemplos de información vectorial y ráster. Nótese que los dos primeros ejemplos pueden ser de uno u otro tipo según estén definidos mediante polígonos o píxeles respectivamente.

6.2.- TELEDETECCIÓN

Llamamos *Teledetección* al conjunto de técnicas destinadas al estudio de la superficie terrestre a partir de información obtenida a distancia. El término engloba no solo las técnicas de obtención de información, sino también las que se emplean para el procesamiento posterior de dicha información.

Al no existir contacto directo entre el objeto estudiado y el sensor que recoge la información, es necesaria la intervención de un elemento intermedio que sirva de transmisor de ésta. En Teledetección se emplea la energía electromagnética, cuya interacción con la materia puede ser cuantificada.

6.2.1.- Sistemas empleados

Los *sistemas pasivos* no emiten energía electromagnética, sino que registran la reflejada por los objetos que se pretende estudiar. Los sistemas que son a la vez emisores y receptores de energía electromagnética se denominan *sistemas activos*.

Se emplean distintos tipos de plataformas:

- **Plataformas terrestres:** camiones, globos cautivos, etc.
- **Plataformas aéreas:** aviones, globos estratosféricos, etc.
- **Plataformas espaciales:** satélites espaciales

Los satélites son de aplicación en la mayoría de los casos, siempre que se pueda trabajar con escalas pequeñas. Presentan dos ventajas importantes: la gran distancia de la plataforma a la Tierra permite una visión global de los fenómenos de interés; además, al seguir órbitas fijas, cada cierto tiempo se repiten las tomas sobre los mismos puntos, permitiendo un seguimiento temporal del fenómeno en estudio. Pueden ser:

- **Geoestacionarios:** Se sitúan en órbitas ecuatoriales. Acompañan a la Tierra en su movimiento de rotación, manteniéndose siempre sobre un punto determinado de la superficie terrestre. Debido a su gran altura, su resolución espacial es pequeña.
- **Heliosíncronos:** Siguen órbitas aproximadamente polares, calculadas de forma que el paso de cada órbita del satélite por un punto de la Tierra ocurre a la misma hora.

Entre los satélites más utilizados están: LANDSAT, SPOT, HCMM, METEOSAT, NOAA, ERS-1, ASTER, IKONOS, etc.

6.2.2.- El espectro electromagnético

La energía emitida por el Sol llega a la Tierra e interacciona con la materia, siendo reflejada o absorbida selectivamente en función de la frecuencia, tanto por los elementos situados en la superficie terrestre como por los distintos constituyentes de la atmósfera. En la figura 6.8 se esquematiza el espectro electromagnético con sus distintas zonas y las denominaciones que reciben.

La zona situada entre $0,35$ (visible) y $20\mu\text{m}$ (infrarrojo térmico) es la empleada por los sistemas pasivos. La zona entre $100\mu\text{m}$ y 10cm (microondas) se emplea con los sistemas activos. Para las zonas del espectro correspondientes a las frecuencias más altas, rayos cósmicos y rayos X, la atmósfera resulta prácticamente impenetrable. Para los rayos ultravioleta la atmósfera se comporta como una capa más o menos opaca, dependiendo de la cantidad de ozono que se encuentra en la estratosfera.

Para la zona visible del espectro el mayor inconveniente radica en la presencia de vapor de agua suspendido en la atmósfera. Para el infrarrojo próximo y el térmico existen bandas de buena visibilidad. Finalmente, para la parte inferior del espectro la Tierra actúa como un cuerpo negro.

Ventanas atmosféricas

Longitud de onda (en μm)

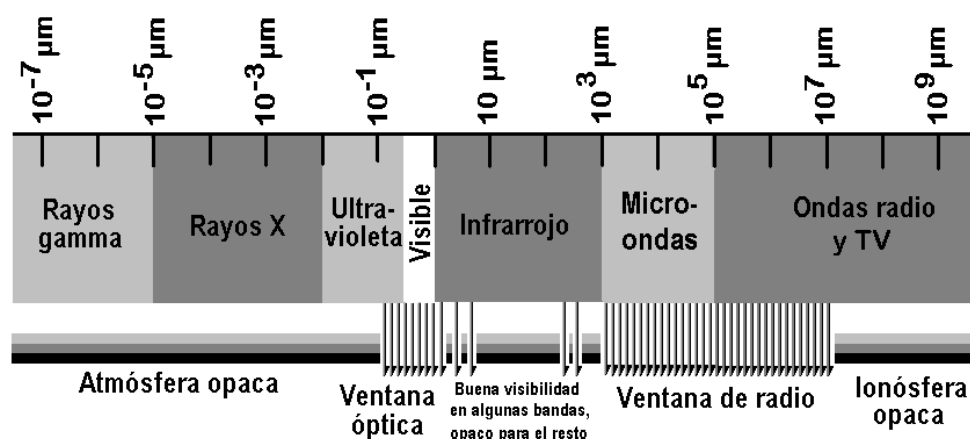


Fig. 6.8. El espectro electromagnético

Los dos principales efectos negativos para Teledetección que sufre la radiación al atravesar la atmósfera son la *dispersión* y la *absorción* (figura 6.9). El primero provoca una difusión de la radiación directa causada por las moléculas gaseosas de la atmósfera. Debido al segundo la energía electromagnética es absorbida por los componentes de la atmósfera, impidiendo que se transmita y pueda ser captada. El resultado de estos dos efectos es una atenuación de la señal recibida, que puede ser tan importante en algunas de las bandas del espectro que hace que estas bandas sean inútiles para teledetección.

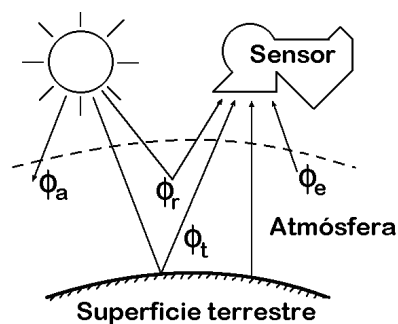


Fig. 6.9. Interacción de la radiación con la atmósfera

6.2.3.- Tratamiento digital de imágenes; aplicaciones

Una imagen está constituida por celdas cuadradas (pixels) y la información consiste en uno o varios valores numéricos, que caracterizan la respuesta del terreno

correspondiente a cada pixel ante la radiación electromagnética en una o varias zonas del espectro.

Normalmente, interesará que las imágenes estén *georreferenciadas*, es decir referidas a alguno de los sistemas de coordenadas empleados habitualmente. La georreferenciación se realiza dando las coordenadas reales, en el sistema elegido, de una serie de puntos (pixels) claramente identificables en la imagen. Además, la información numérica puede tratarse digitalmente con ayuda de un ordenador, realizando operaciones como:

- filtrado, realce, suavizado, etc.
- composición de colores
- técnicas de clasificación
- análisis de componentes principales
- elaboración de índices
- combinación de imágenes obtenidas por distintos satélites

Muchas son las aplicaciones prácticas de las imágenes digitales obtenidas en Teledetección. Entre ellas podemos citar:

- aplicaciones meteorológicas
- cartografía a pequeña escala
- medio ambiente
- oceanografía
- agricultura; geografía agraria
- usos del suelo; densidad de población, etc.
- aplicaciones didácticas

En geología y minería:

- la detección de estructuras geológicas se facilita con ayuda de imágenes satélite, tales como las de Radar de Apertura Sintética (SAR), debido a su geometría de vista lateral
- en regiones áridas y semiáridas, donde la cubierta vegetal es escasa, los datos hiperespectrales, con el apoyo de la biblioteca espectral de minerales puros, se han aplicado con éxito para la identificación de minerales y el mapeo de la abundancia de los mismos

6.3.- MODELOS DIGITALES DEL TERRENO

Un *Modelo Digital del Terreno* (MDT) es una estructura numérica que representa determinadas características de la superficie del terreno (pendientes, orientaciones, etc.) relacionadas con la posición geográfica de los puntos que lo constituyen y con su altitud. La base de un MDT es un *Modelo Digital de Elevaciones* (MDE) que representa la distribución geográfica de la altitud del terreno.

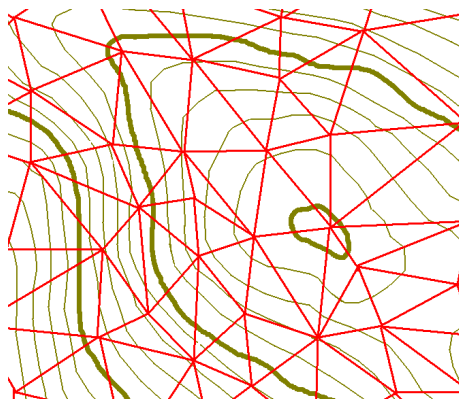


Fig. 6.10. Curvas de nivel y red irregular de triángulos

Existen distintos formatos para gestionar numéricamente la información altimétrica. Los más habituales son:

- Curvas de nivel: cada curva está constituida por un conjunto de puntos cuya posición está definida por sus coordenadas X , Y y cuya coordenada Z es la misma para todos ellos.
- Red irregular de triángulos: la superficie real del terreno se sustituye por una serie de triángulos, cuyos vértices son puntos conocidos y definidos por sus coordenadas X , Y y Z . La malla de triángulos puede adaptarse al terreno con más o menos detalle, dependiendo de la complejidad del mismo y de la información disponible.
- Modelo ráster: basado en una estructura matricial similar a la que hemos visto en los SIG. El terreno se divide en celdas cuadradas regulares, cada una identificada por las coordenadas planas de su centro, X e Y . En este caso, la variable numérica a considerar es la altitud Z propia de cada celda, que tomará un valor medio de las de los correspondientes puntos del terreno.

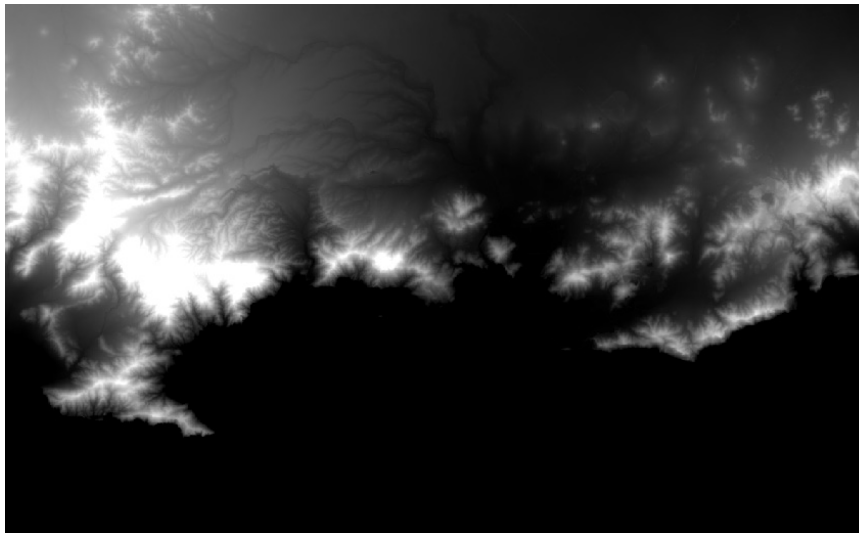


Fig. 6.11. MDE ráster, zona de Cartagena (fuente: IGN)

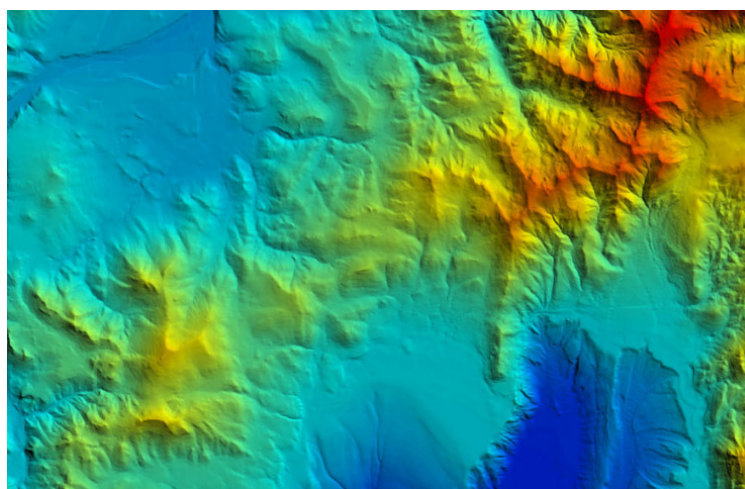


Fig. 6.12. MDE ráster (fuente: Satellite Imaging Corporation)

6.3.1.- Generación de un MDE

La información necesaria para construir un MDE está constituida por las coordenadas X, Y y Z de una serie de puntos, tan densa como requiera la precisión del modelo y que debe representar adecuadamente al terreno. Los modelos ráster suelen generarse por interpolación, estimando el valor de la coordenada Z en cada celda a partir de las de los puntos conocidos más próximos.

La información de base puede obtenerse:

- digitalizando información cartográfica previamente existente
- a partir de un levantamiento topográfico convencional
- a partir de un levantamiento por GPS
- mediante Fotogrametría
- mediante Teledetección (interferometría rádar)

6.3.2.- Aplicaciones de los MDT

En proyectos mineros es muy habitual trabajar con modelos numéricos tridimensionales de la zona del subsuelo estudiada, de manera que ésta queda dividida en bloques a los que se asigna por interpolación los valores de las variables de interés geológico-minero (véase 15.3.2). La topografía superficial se representará en un MDE, basado en una estructura de celdas orientada como la de bloques y que será un submúltiplo de ella.

En el diseño de una mina a cielo abierto, el MDE nos permitirá emplear algoritmos automáticos de optimización del vaso de explotación. Estos algoritmos trabajan a partir del cálculo automático de volúmenes de mineral y de estéril que implica cada posible diseño, por cómputo de los bloques incluidos en él y teniendo en cuenta su interacción con la topografía superficial.

Estos modelos también se emplean para la cubicación automática de los avances realizados en explotaciones a cielo abierto. El proceso consiste en determinar las diferencias entre la situación del modelo en dos momentos determinados.

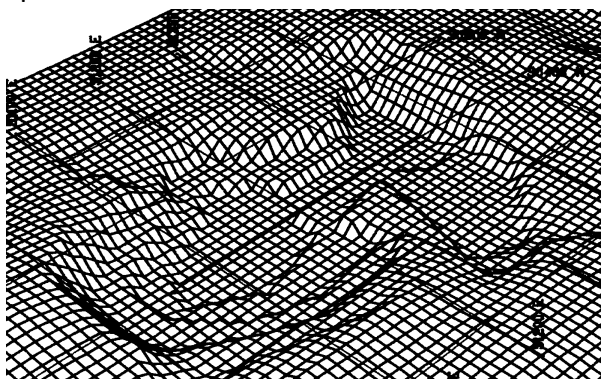


Fig. 6.13. Representación en perspectiva del MDE ráster de una explotación minera

Como aplicaciones de los MDT, y sin ánimo de ser exhaustivos, también podemos citar las siguientes:

- realización de análisis estadísticos sobre variables del terreno, como la altitud, la pendiente, etc.
- en los SIG, para cualquier aplicación en la que intervenga la altimetría

- generación de modelos hidrológicos: trazado de líneas de flujo, determinación de cuencas fluviales, etc.
- modelos de visibilidad: para la ubicación de infraestructuras y para el diseño de sistemas de control
- modelos climáticos: determinación de los valores de variables climáticas dependientes del relieve (como la insolación) y estimación de los de otras derivadas (vegetación, etc.)

7. LEGISLACIÓN

7.1.- INTRODUCCIÓN

Las actividades mineras de todo tipo están reguladas por:

- la Ley de Minas 22/1973, de 31 de julio, que establece el régimen jurídico de la investigación y aprovechamiento de los yacimientos minerales y demás recursos geológicos, cualesquiera que fueren su origen y estado físico.
- la Ley 54/1980, de 5 de noviembre, que modifica la Ley de Minas.

En la legislación minera se establecen las distintas secciones en las que se clasifican y organizan los recursos mineros, se define la cuadrícula minera como nueva unidad para los títulos del dominio minero, se regula la investigación y el aprovechamiento de las sustancias minerales, se establecen las condiciones para la transmisión de derechos mineros o la caducidad de las concesiones, etc. Como sabemos, la modificación de la Ley de Minas de 1980 establecía el datum europeo, que actualmente se conoce como ED50, como sistema de referencia geodésico para los trabajos mineros. El artículo 68 del RD-ley 8/2014 (de 4 de julio, de aprobación de medidas urgentes para el crecimiento, la competitividad y la eficiencia) modifica la Ley de Minas, estableciendo como nuevo sistema de referencia geodésico para la cartografía minera el ETRS89. Es de aplicación desde el 1 de enero de 2015.

7.2.- CLASIFICACIÓN DE LOS RECURSOS MINEROS

Los recursos mineros, con la excepción de los hidrocarburos líquidos y gaseosos, que son objeto de otra legislación, se clasifican en cuatro secciones:

- **Sección A:** recursos minerales de escaso valor económico y de comercialización restringida geográficamente; también, aquellos recursos que sólo exijan las operaciones de arranque, quebrantado y calibrado para su uso directo en obras de infraestructuras, construcción, etc.

En el caso de que los recursos se encuentren en terrenos de propiedad privada, su aprovechamiento corresponde al dueño de los mismos, que podrá cederlo a otros. Si se encuentran en terrenos patrimoniales del Estado, Provincia o Municipio, sus titulares podrán aprovecharlos directamente o ceder los derechos a otros. Si se encuentran en terrenos de dominio público, serán de aprovechamiento común.

Para proceder a su aprovechamiento se debe obtener, en cualquiera de los casos expuestos y con anterioridad al inicio de los trabajos, la correspondiente *autorización de explotación*.

- **Sección B:** aguas minerales y termales, estructuras subterráneas y residuos de actividades reguladas por la Ley de Minas.
Su aprovechamiento corresponde al propietario, que podrá cederlo a otros como en el caso de la sección A. Si se encuentran en terrenos de dominio público, su aprovechamiento corresponde a la persona que haya instado el expediente.
Para proceder a su aprovechamiento se debe obtener, en cualquiera de los casos expuestos y con anterioridad al inicio de los trabajos, la correspondiente *autorización de explotación*.
- **Sección C:** resto de los recursos minerales no contemplados en el resto de las secciones, excepto los hidrocarburos líquidos y gaseosos.
- **Sección D:** aparece en la modificación de la Ley de Minas de 1980 y engloba los carbones, los minerales radiactivos y geotérmicos y las rocas bituminosas, además de los recursos geológicos de interés energético que el Gobierno acuerde incluir. Entre ellos, como se ha indicado, no se encuentran los hidrocarburos líquidos y gaseosos.

7.3.- REGISTROS MINEROS

Registro minero es el privilegio o exclusiva concedido por la Administración, a una empresa o a un particular, para el aprovechamiento de un recurso mineral en las condiciones que establece la legislación. Un registro minero está identificado por el nombre que le pone el peticionario en su solicitud y por el número, correlativo en cada provincia, que le asigna la Administración al admitir ésta provisionalmente. Los datos completos (superficie, designación del punto de partida, forma, situación, etc.) figuran en el *plano de demarcación* que acompaña al título entregado por la Administración.

La unidad clásica del dominio minero era la *pertenencia*. Sus dimensiones han ido variando a lo largo del tiempo, hasta que en 1868 se definió como un prisma de profundidad indefinida y de base un cuadrado de *100m* de lado. Una concesión minera antigua debía tener un mínimo de 4 pertenencias yuxtapuestas.

En la Ley de Minas de 1973 se define la nueva unidad del dominio minero: la *cuadrícula minera*. Se trata del volumen de profundidad indefinida cuya base superficial está definida por dos paralelos y dos meridianos separados, en ambos casos, 20 segundos sexagesimales y que deben coincidir con grados y minutos exactos y, en su caso, con un número de segundos que necesariamente deberá ser 20 o 40 (figura 7.1). Es una unidad indivisible, salvo en el caso de *demasías* o cuando no se complete la cuadrícula al extenderse uno de sus lados hasta los límites del

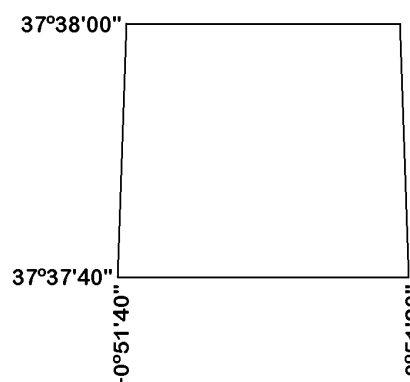


Fig. 7.1. Cuadrícula minera

territorio nacional o de aguas territoriales. Entre 1973 y 1980 la referencia geodésica para las cuadrículas mineras fue el datum Madrid. Desde 1980 hasta 2014, con motivo de la Ley 54/1980 que modifica a la de Minas, la referencia fue el datum ED50. Desde el 1 de enero de 2015, según el RD-ley 8/2014, la referencia es el datum ETRS89.

Los registros mineros están constituidos por una o varias cuadrículas mineras agrupadas sin solución de continuidad, de forma que dos cuadrículas contiguas siempre tendrán un lado en común (figura 7.2). Se definen tomando como *punto de partida Pp* la intersección del paralelo y el meridiano que correspondan a una cualquiera de las esquinas de su perímetro y numerando las restantes a partir de ésta.

Los registros mineros pueden ser de distintos tipos:

- *Permisos de exploración*
- *Permisos de investigación*
- *Concesiones de explotación*

También existen zonas de reserva a favor del Estado.

7.3.1.- Permisos de exploración, de investigación y de explotación

Son las autorizaciones que otorga el Estado para la exploración, la investigación o la explotación de un determinado recurso mineral.

Permiso de Exploración

Autorización concedida, por un plazo de un año prorrogable, para realizar estudios que no afecten sustancialmente la configuración del terreno en el que se desarrollan.

Debe quedar designado por dos meridianos y dos paralelos expresados en grados y minutos sexagesimales, tomando como punto de partida (*Pp*) uno cualquiera de los vértices del trapecio elipsoidal definido por estos.

- Extensión mínima: 300 cuadrículas mineras
- Extensión máxima: $3.000 \pm 10\%$ cuadrículas mineras

Permiso de Investigación

Autorización concedida para realizar, dentro del perímetro solicitado y por un plazo de 3 años prorrogables, los estudios y trabajos destinados a poner de manifiesto la existencia de recursos minerales de las secciones C o D.

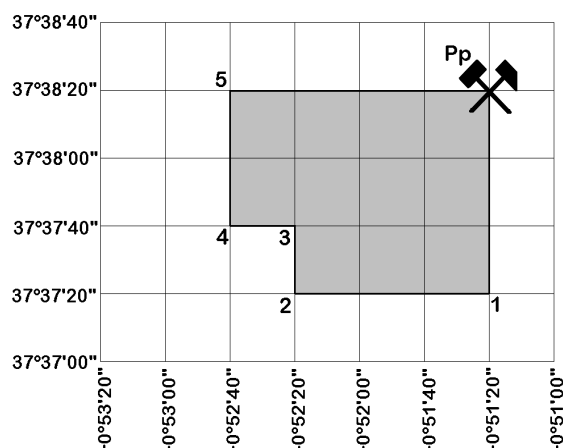


Fig. 7.2. Registro minero compuesto por 11 cuadrículas

El perímetro de un permiso de investigación se define en la solicitud indicando las coordenadas geográficas de sus esquinas. Se toma como punto de partida (*Pp*) la intersección del paralelo y el meridiano que correspondan a una cualquiera de éstas. Como hemos visto, las cuadrículas mineras se agrupan sin solución de continuidad, de forma que las que tengan un punto en común queden unidas en toda la longitud de un lado (figura 7.2).

- Extensión mínima: 1 cuadrícula minera
- Extensión máxima: 300 cuadrículas mineras
- Duración: 3 años prorrogables otros 3

Concesión de Explotación

Es la autorización para el aprovechamiento de determinados recursos de las secciones C o D.

El perímetro se define igual que en los permisos de investigación.

- Extensión mínima: 1 cuadrícula minera
- Extensión máxima: 100 cuadrículas mineras
- Duración: 30 años prorrogables en plazos iguales a un máximo de 90

7.3.2.- Zonas de reserva a favor del Estado

El artículo 7 de la Ley de Minas establece que el Estado podrá reservarse zonas de cualquier extensión en el territorio nacional, mar territorial y plataforma continental en las que el aprovechamiento de una o varios yacimientos minerales y demás recursos geológicos pueda tener especial interés para el desarrollo económico-social o para la defensa nacional.

El artículo 10 de la Ley establece que la reserva de zonas a favor del Estado no limitará los derechos adquiridos, previamente a la inscripción de las propuestas de aquella, por los solicitantes o titulares de permisos de exploración, permisos de investigación o concesiones directas o derivadas de explotación de recursos de la sección C y de autorizaciones de aprovechamiento de recursos de las secciones A y B. Según establece el artículo 15 de la Ley:

1. Podrán solicitarse, en zonas reservadas, permisos de exploración, permisos de investigación, concesiones directas de explotación y autorizaciones de aprovechamiento de recursos distintos de los que motivarán la reserva y que se otorgarán en su caso, con las condiciones especiales necesarias para que sus trabajos no afecten ni perturben la investigación y explotación de los recursos reservados.
2. Al ser levantada la reserva de una zona, los permisos, concesiones y autorizaciones sobre ella otorgados quedarán libres de las condiciones especiales que les fueron impuestas con motivo de la reserva, y sus titulares, tratándose de permisos y concesiones, adquirirán el derecho a la

investigación, a la explotación y al aprovechamiento de los recursos que fueran objeto de aquella.

7.3.3.- Terrenos francos y terrenos registrables

Los permisos de investigación y las concesiones de explotación de recursos de las secciones C y D sólo pueden otorgarse para terrenos que sean *francos* y *registrables*.

Se considera que un terreno es franco cuando no está comprendido dentro del perímetro de una zona de reserva a favor del Estado, propuesta para toda clase de recursos de la sección C, o del perímetro de un registro minero solicitado o ya otorgado. Si se trata de zonas de reserva a favor del Estado, el terreno se considera franco para recursos distintos de los reservados.

Un terreno se considera registrable si, además de ser franco, tiene la extensión mínima exigida por la Ley para poder constituir un registro minero. El Estado podrá declarar no registrables determinadas zonas, por razones de interés público.

7.3.4.- Demasías

Son terrenos francos, comprendidos entre registros mineros antiguos y modernos, que no tienen la extensión necesaria para ser registrables. La definición de cuadrícula minera hace que no puedan existir demasías entre registros mineros posteriores a la aplicación de la Ley de Minas y referidos al mismo datum, pero sí puede haberlas en terrenos en los que existan registros anteriores a dicha Ley.

El expediente de tramitación de las demasías se incoa a petición de uno de los concesionarios del registro minero que la limita o por la Administración. Ésta puede atribuir todo el terreno franco a un solo concesionario o repartirlo entre varios, según convenga. Las concesiones otorgadas de acuerdo con la Ley de Minas de 1980 no tienen derecho a demasías, para que cuando caduquen los derechos de las antiguas, con sus demasías, el terreno franco así generado pueda dividirse por cuadrículas mineras.

Una demasía llevará el mismo nombre que la concesión a la que se agrega, precedido de las palabras *demasia a*. Lleva el mismo número que la concesión, seguido de la letra *D*.

7.4.- REGISTROS MINEROS DE LEGISLACIONES ANTIGUAS

Los registros mineros anteriores a la Ley de Minas estaban constituidos por una agrupación de pertenencias mineras. Las direcciones de sus lados, denominadas genéricamente *rumbos*, estaban referidas al Norte magnético o al geográfico. Normalmente, en los planos antiguos de demarcación aparecen dibujadas ambas meridianas (geográfica y magnética) y se indica el valor del ángulo que formaban,

declinación magnética, en el momento de la demarcación. Se empleaban coordenadas Lambert.

Los puntos de partida se fijaban enlazándolos con las triangulaciones desarrolladas por el Cuerpo de Minas o, en su defecto, con las del Instituto Geográfico Nacional o el Servicio Geográfico del Ejército. Si esto no era posible, se relacionaban, por medio de acimutes o de rumbos, a un mínimo de tres puntos característicos y bien identificados (veletas, torres, esquinas de edificios, etc.).

8. DEMARCACIÓN Y REPLANTEO DE REGISTROS MINEROS

8.1.- SOLICITUD DE UN REGISTRO MINERO

La solicitud de un registro minero se acompaña de un plano, con coordenadas geográficas referidas al sistema geodésico que corresponda, en el que se indican los límites propuestos por el interesado. Estos se habrán determinado en función de las características de la zona de interés minero, eligiéndolos de forma que contengan, con suficiente amplitud, dicha zona. Para ello se puede emplear una hoja del MTN escala 1:50.000.

Como hemos indicado, el registro minero estará constituido por una agrupación de cuadrículas mineras. Por tanto, las esquinas de su perímetro deben corresponder a coordenadas geográficas en el sistema ETRS89 cuyos valores tengan grados y minutos enteros y los segundos sean múltiplos de 20".

En la instancia dirigida a la Administración debe figurar la siguiente información:

- tipo de registro minero que se solicita
- nombre que proponemos para el registro minero
- recurso minero para el que se solicita; si corresponde a la sección C basta con indicar esta sección
- designación del perímetro en coordenadas geográficas ETRS89
- número de cuadrículas mineras que incluye el registro minero
- término o términos municipales en que se incluye y provincia o provincias a que corresponden.

La solicitud se presenta en la Sección de Minas de la provincia que corresponda. Si el registro minero se incluye en más de una, la solicitud puede presentarse en cualquiera de ellas.

8.2.- DEMARCACIÓN DE REGISTROS MINEROS

Demarcación de un registro minero es la operación consistente en determinar el perímetro definitivo de éste. Para realizarla hay que excluir de la solicitud aquellas zonas que pudieran estar afectadas por otros registros mineros anteriores, sean antiguos o correspondientes a la Ley de Minas, o ser de reserva a favor del Estado. Habrá que tener en cuenta que, salvo en los casos que se citan en 7.3, el registro minero debe estar constituido por cuadrículas completas por lo que se excluirán aquellas que se solapen total o parcialmente con otro registro.

Para realizar la demarcación de un registro minero que haya sido solicitado, la Administración confecciona un *plano de deslinde*. En éste figura el perímetro solicitado y los de todos los registros que pudieran afectarle y, a partir de él, se realiza

la demarcación. En el título del registro minero que se entregará al solicitante figurarán aquellas cuadrículas que no se superpongan, ni siquiera parcialmente, con otros registros. Si, una vez excluidas las cuadrículas afectadas, resultan dos o más perímetros independientes, el solicitante tendrá derecho a todos ellos. Para identificarlos se emplea el nombre inicial seguido de las palabras *Fracción 1ª*, *Fracción 2ª*, etc.

La Administración entrega al interesado, junto con el título, el denominado *plano de demarcación*. En éste figuran las cuadrículas y el perímetro (o perímetros) finalmente concedidos. El plano de demarcación se puede dibujar sobre una ampliación del MTN 1:50.000 o 1:25.000 o emplear planos a mayor escala, si se dispone de ellos. Las cuadrículas se dibujan con línea fina y el perímetro con línea gruesa. También se indican, con línea gruesa, los perímetros de otros registros mineros próximos.

8.3.- VALOR LINEAL DE LOS LADOS DE UN REGISTRO MINERO

Para calcular el valor lineal de los lados de una cuadrícula minera o de un registro minero basta con tener en cuenta que dichos lados están constituidos por arcos de paralelo o de meridiano, de los que conocemos las coordenadas geográficas de sus esquinas. Se aplican las expresiones que figuran en 2.3.

El valor lineal de un lado que sea un arco de paralelo y esté limitado por los puntos A y B, puede calcularse mediante:

$$\widehat{AB} = \frac{N \cos \varphi (\lambda_A - \lambda_B)''}{r}$$

A y B están en el mismo paralelo y tendrán, por tanto, la misma latitud φ . N es la gran normal (véase 2.2), que tiene el mismo valor para ambos puntos, $(\lambda_A - \lambda_B)''$ es la diferencia de longitudes entre los dos puntos, expresada en segundos, y r el número de segundos de un radián ($r=206.265$).

El valor lineal de un lado que sea un arco de meridiano y esté limitado por los puntos C y D, puede calcularse mediante:

$$\widehat{CD} = \frac{\rho (\varphi_C - \varphi_D)''}{r}$$

siendo $(\varphi_C - \varphi_D)''$ la diferencia de latitudes geográficas expresada en segundos y ρ el radio de curvatura de la elipse meridiana (véase 2.2) correspondiente a la latitud media $(\varphi_C + \varphi_D)/2$.

8.4.- REPLANTEO DEL PUNTO DE PARTIDA DE UN REGISTRO MINERO

En explotaciones mineras subterráneas no suele resultar necesario replantear en el exterior los límites del registro minero, ya que estos límites no pueden verse desde el interior y no resultan, por tanto, de utilidad. Para resolver problemas

como las intrusiones de labores o los macizos de protección (capítulos 17 y 16, respectivamente) se trabaja sobre planos en los que, además de las labores, se indiquen los límites del registro minero. Sin embargo, en el caso de explotaciones a cielo abierto sí suele resultar necesario replantearlos, al menos en las proximidades de las zonas que estén en producción.

Como se ha indicado, el punto de partida de un registro minero correspondiente a la Ley de Minas será una de las esquinas del perímetro del mismo, de la que se conocen sus coordenadas geográficas y, por tanto, pueden calcularse las cartesianas UTM. Para el replanteo podemos partir de vértices geodésicos o de otro tipo suficientemente próximos o, si se dispone de un equipo capaz de aportar la precisión suficiente, de técnicas GNSS. Replantearemos directamente el punto de partida o, si no fuese posible, un punto próximo a él desde el que pueda completarse el replanteo en una segunda operación. Pueden aplicarse distintos métodos:

Desde un vértice: por coordenadas polares

Las coordenadas geográficas del punto de partida Pp se transforman en cartesianas UTM. Se elige un vértice V desde el que sea visible la zona en la que se sitúa el punto de partida. A partir de las coordenadas UTM del vértice y del punto Pp , se calculan la distancia reducida D_R y la orientación O_V^{Pp} de la alineación que forman los dos puntos.

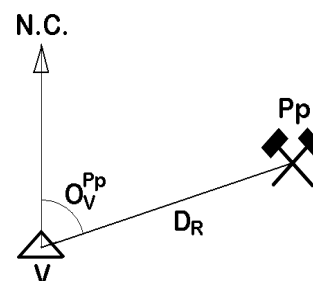


Fig. 8.1. Replanteo por coordenadas polares

Se estaciona en el vértice V una estación total y se orienta, respecto al eje Y UTM, visando a otro vértice cualquiera. Se gira la alidada horizontal hasta conseguir una lectura que coincida con la orientación calculada (figura 8.1). El punto de partida se situará en esa dirección y a una distancia reducida igual a la D_R que hemos calculado.

Si no fuese posible replantear directamente el punto Pp , puede replantearse otro cercano y visible desde él. A partir de ese punto se replanteará el de partida empleando el mismo método que acabamos de describir.

Desde dos vértices: por intersección directa

Si se dispone de dos vértices V y W visibles desde la zona en la que se sitúa el punto de partida, el replanteo puede realizarse mediante intersección directa. A partir de las coordenadas UTM de los tres puntos se calculan las orientaciones O_V^{Pp} y O_W^{Pp} de las alineaciones formadas por cada uno de los vértices y el punto de partida.

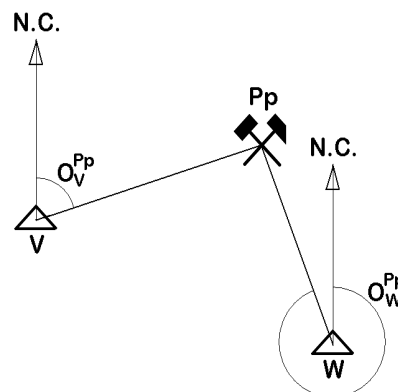


Fig. 8.2. Replanteo por intersección directa

Se estaciona un goniómetro en cada

vértice y, tras orientarlos, se visa en la dirección indicada por la orientación que hemos calculado (figura 18.2). El punto a replantear se encontrará en la intersección de las dos visuales.

A partir de tres vértices: por intersección inversa

Disponiendo de tres vértices visibles se puede levantar un punto A próximo al Pp . Para ello, estacionamos un goniómetro en él y, visando a los tres vértices, calculamos sus coordenadas por el método de Pothenot (figura 8.3). Desde ese punto se replantea, posteriormente, el punto de partida por coordenadas polares.

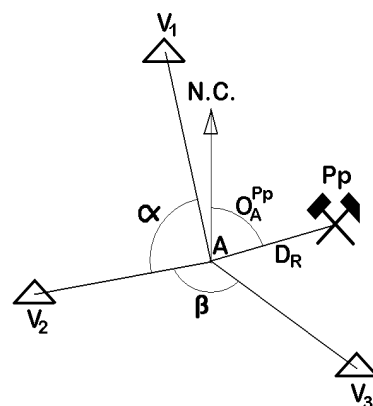


Fig. 8.3. Replanteo por intersección inversa

Desde vértices lejanos: por triangulación

Si no se dispone de vértices visibles desde la zona en la que se sitúa el punto de partida, se puede realizar una triangulación apoyada en vértices lejanos. Esta triangulación nos permitirá calcular las coordenadas de puntos más próximos al que vamos a replantear y, a partir de ellos, aplicar alguno de los métodos anteriores.

8.4.1.- Registros mineros antiguos

Puede ocurrir que se necesite disponer del punto de partida de un registro minero anterior a la Ley de Minas. Si éste no está señalado en el terreno, habrá que replantearlo a partir de los datos recogidos en el plano de demarcación del registro (véase 7.4).

Si el punto de partida estaba referido a vértices, geodésicos o de otro tipo, el replanteo puede hacerse empleando los métodos que acabamos de explicar. Téngase en cuenta que las coordenadas corresponderán a un sistema de referencia geodésico (datum Madrid) distinto al actual. Por tanto, antes de realizar los cálculos de distancias y orientaciones habrá que transformarlas al sistema que convenga, como se vio en 5.5.

Si el punto de partida se definió mediante los rumbos de tres o más visuales a puntos característicos, el replanteo consistirá en localizar, mediante tanteos, el punto del terreno para el que las visuales den los mismos valores angulares.

8.5.- REPLANTEO DE LAS ESQUINAS DE UN REGISTRO MINERO

Se dispondrá de las coordenadas (geográficas y cartesianas) de todas las esquinas del registro. Normalmente, se habrá replanteado con anterioridad el punto de partida del mismo.

Una vez localizada la situación aproximada de cada esquina en el terreno, gracias a plano de demarcación, se aplicarán los métodos explicados en 8.4. Cada esquina se replanteará, de la forma que resulte más conveniente, desde el punto de partida, desde los vértices próximos o desde los puntos auxiliares que hayamos levantado para replantar el punto de partida. Conviene realizar comprobaciones para evitar errores groseros o la acumulación excesiva de errores accidentales. Como sabemos, también pueden aplicarse técnicas GNSS.

8.6.- CÁLCULO DE DEMASÍAS

Como se ha indicado, las demasías son zonas francas, pero no registrables, que se forman entre perímetros de registros mineros antiguos o entre registros antiguos y modernos. La definición de cuadrícula minera impide que puedan formarse demasías en zonas en las que sólo existen registros modernos.

El perímetro de una demasia está limitado por las coordenadas de las esquinas de los registros que la rodean, que son conocidas y que deben estar referidas a un mismo sistema geodésico. Sus lados tendrán direcciones conocidas, ya que suelen ser paralelos a los de los registros que la limitan o se hacen coincidir con paralelos y meridianos que sean límites de cuadrículas mineras, lo que facilitará su transformación en cuadrículas cuando caduquen las concesiones antiguas. Su punto de partida se hará coincidir, normalmente, con una de las esquinas de la concesión a la que se asigna la demasia. Si se necesita conocer la superficie de la demasia, se descompone en triángulos y rectángulos cuyas áreas se puedan calcular fácilmente a partir de las coordenadas de sus esquinas.

Las coordenadas de las esquinas y las orientaciones de los lados de la demasia se calculan, a partir de los datos disponibles, en función de los elementos que la limitan. Podemos encontrarnos con multitud de casos de entre los que, a modo de ejemplo, resolveremos el que aparece en la figura 8.4.

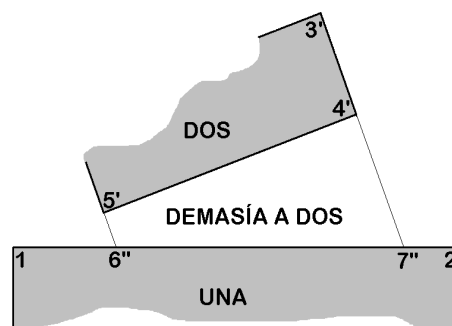


Fig. 8.4. Cálculo de una demasia

Se trata de un registro minero moderno (UNA), del que en la figura aparecen las esquinas 1 y 2, y otro antiguo (DOS), representado en la figura por tres de sus esquinas, 3', 4' y 5'. La demasia está limitada por las esquinas 4' y 5' y por las intersecciones con el perímetro de UNA de las prolongaciones de los lados de DOS, es decir por los puntos 6'' y 7''. Como conocemos las coordenadas de las esquinas de ambos registros, podemos calcular las orientaciones de sus lados, O_1^2 y $O_{3'}^{4'}$. Las coordenadas de 7'', a partir de los puntos conocidos 1 y 4', se calcularían:

$$X_{7''} = X_1 + D_{1-7''} \operatorname{sen} O_1^2 = X_{4'} + D_{4'-7''} \operatorname{sen} O_{3'}^{4'}$$

$$Y_{7''} = Y_1 + D_{1-7''} \cos O_1^2 = Y_{4'} + D_{4'-7''} \cos O_{3'}^{4'}$$

Es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, las distancias $D_{1-7''}$ y $D_{4'-7''}$ entre el punto $7''$ y los puntos conocidos 1 y $4'$, respectivamente. Resuelto el sistema, se obtienen las coordenadas de $7''$. Cualquier otra esquina del perímetro de la demasia puede calcularse de forma similar.

8.7.- EJERCICIOS

8.7.1.- Se pretende realizar la demarcación del registro NUEVO. Las coordenadas geográficas de las cuatro esquinas del perímetro solicitado (datum ETRS89) son:

	λ	φ
Esquina 1	$-0^{\circ}53'00''$	$37^{\circ}37'20''$
Esquina 2	$-0^{\circ}53'00''$	$37^{\circ}38'20''$
Esquina 3	$-0^{\circ}51'00''$	$37^{\circ}38'20''$
Esquina 4	$-0^{\circ}51'00''$	$37^{\circ}37'20''$

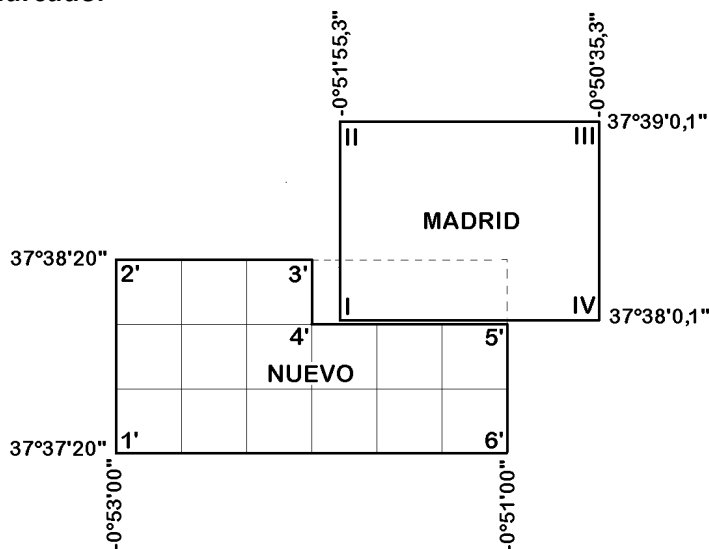
Se ha comprobado que el único registro minero próximo es el denominado MADRID, demarcado según la Ley de Minas de 1973. Las coordenadas geográficas de sus esquinas (datum Madrid) son:

	M	L
Esquina I	$2^{\circ}49'20''$	$37^{\circ}38'00''$
Esquina II	$2^{\circ}49'20''$	$37^{\circ}39'00''$
Esquina III	$2^{\circ}50'40''$	$37^{\circ}39'00''$
Esquina IV	$2^{\circ}50'40''$	$37^{\circ}38'00''$

Calcula cuál será el perímetro demarcado.

Se trata de un caso sencillo, pues ambos registros corresponden a la Ley de Minas. Vamos a limitarnos a representar sus perímetros a partir de las coordenadas geográficas, una vez transformadas las del segundo al sistema de referencia ETRS89.

Para ello, empleamos el PAG (Programa de Aplicaciones Geodésicas) del IGN:



	λ	φ
Esquina I	$-0^{\circ}51'55,3''$	$37^{\circ}38'0,1''$
Esquina II	$-0^{\circ}51'55,3''$	$37^{\circ}39'0,1''$
Esquina III	$-0^{\circ}50'35,3''$	$37^{\circ}39'0,1''$
Esquina IV	$-0^{\circ}50'35,3''$	$37^{\circ}38'0,1''$

Representamos las dos concesiones en la figura. Se aprecia que el registro MADRID se solapa con la solicitud de NUEVO en la esquina noreste, lo que obliga a excluir 3 de las 18 cuadrículas solicitadas. Las nuevas esquinas de NUEVO serán los puntos 1' a 6', tal como se ve en la figura.

Las coordenadas de las esquinas demarcadas del registro minero NUEVO serán:

	λ	φ
Esquina 1'	$-0^{\circ}53'00''$	$37^{\circ}37'20''$
Esquina 2'	$-0^{\circ}53'00''$	$37^{\circ}38'20''$
Esquina 3'	$-0^{\circ}52'00''$	$37^{\circ}38'20''$
Esquina 4'	$-0^{\circ}52'00''$	$37^{\circ}38'00''$
Esquina 5'	$-0^{\circ}51'00''$	$37^{\circ}38'00''$
Esquina 6'	$-0^{\circ}51'00''$	$37^{\circ}37'20''$

8.7.2.- Calcula el valor lineal de los lados 1-2 y 2-3 del perímetro solicitado en el ejercicio anterior.

Las coordenadas geográficas de las esquinas 1, 2 y 3 son las siguientes:

	λ	φ
Esquina 1	$-0^{\circ}53'00''$	$37^{\circ}37'20''$
Esquina 2	$-0^{\circ}53'00''$	$37^{\circ}38'20''$
Esquina 3	$-0^{\circ}51'00''$	$37^{\circ}38'20''$

Aplicamos las expresiones de 8.3. El lado 1-2 es un arco de meridiano. La latitud media entre los puntos 1 y 2 es: $\varphi = (\varphi_1 + \varphi_2)/2 = 37^{\circ}37'50''$

El radio de curvatura de la elipse meridiana para esa latitud es (elipsoide GRS80):

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} = 6.359.229,768m$$

Y la diferencia de latitudes expresada en segundos: $(\varphi_2 - \varphi_1)'' = 60''$. Luego:

$$1 - 2 = \frac{\rho (\varphi_2 - \varphi_1)''}{r} = 1.849,825m$$

El lado 2-3 es un arco de paralelo. La gran normal para la latitud de los puntos 2 y 3 es:

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_2)^{1/2}} = 6.386.113,634m$$

Y la diferencia de longitudes expresada en segundos: $(\lambda_3 - \lambda_2)'' = 120''$. Luego:

$$2 - 3 = \frac{N \cos \varphi_2 (\lambda_3 - \lambda_2)''}{r} = 2.942,047m$$

8.7.3.- Se pretende realizar la demarcación del registro minero A. Las coordenadas geográficas de las cuatro esquinas del perímetro solicitado (datum ETRS89) son:

	λ	φ
A1	-0°58'20"	37°41'00"
A2	-0°55'00"	37°41'00"
A3	-0°55'00"	37°38'00"
A4	-0°58'20"	37°38'00"

Existe una zona de reserva a favor de Estado cuyas esquinas tienen las coordenadas ETRS89:

	λ	φ
ZRE1	-0°56'40"	37°39'20"
ZRE2	-0°56'40"	37°30'00"
ZRE3	-1°20'00"	37°30'00"
ZRE4	-1°20'00"	37°39'20"

También existe un registro minero B posterior a 2014. Las coordenadas de sus esquinas en ETRS89 son:

	λ	φ
B1	-0°58'40"	37°40'40"
B2	-0°58'40"	37°41'20"
B3	-0°57'40"	37°41'20"
B4	-0°57'40"	37°40'40"

Finalmente, hay un registro minero C demarcado según la Ley de Minas de 1973. Las coordenadas geográficas de sus esquinas (datum Madrid) son:

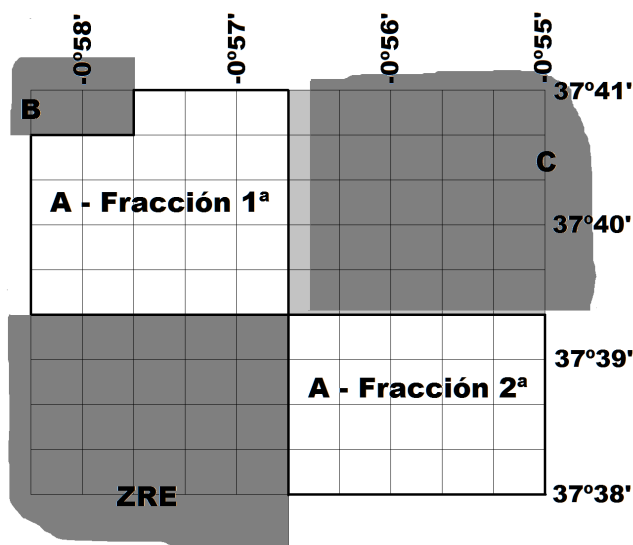
	M	L
C1	2°44'40"	37°39'20"
C2	2°44'40"	37°41'20"
C3	2°46'20"	37°41'20"
C4	2°46'20"	37°39'20"

Dibuja el perímetro demarcado.

Todos los registros están en el mismo sistema de referencia, salvo el C. Transformamos sus coordenadas a ETRS89 con ayuda del PAG:

	λ	φ
C1	-0°56'35,3"	37°39'20,1"
C2	-0°56'35,3"	37°41'20,1"
C3	-0°54'55,3"	37°41'20,1"
C4	-0°54'55,3"	37°39'20,1"

Representamos en el croquis adjunto la situación de los registros y de la zona de reserva a favor del Estado. Se eliminan de la solicitud todas las cuadrículas que se solapan total o parcialmente con los registros anteriores o con la zona de reserva a favor del Estado. Estas cuadrículas se han sombreado en el croquis.



El perímetro demarcado será el señalado con línea gruesa y estará constituido por dos fracciones.

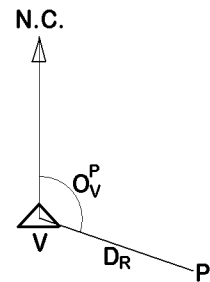
8.7.4.- *Calcula los datos necesarios para replantear por coordenadas polares un punto P de coordenadas $X_P = 1.500m$; $Y_P = 800m$. El replanteo se hará desde un vértice de coordenadas $X_V = 1.000m$; $Y_V = 1.000m$.*

Las coordenadas polares que necesitamos calcular son la orientación y la distancia reducida de la alineación que forman los dos puntos. Trabajaremos en grados centesimales. La expresión para calcular la orientación se deduce del croquis adjunto:

$$O_V^P = 100^g + \arctan \frac{|Y_P - Y_V|}{|X_P - X_V|} = 124,224^g$$

En cuanto a la distancia, será:

$$D_R = \sqrt{(X_P - X_V)^2 + (Y_P - Y_V)^2} = 538,516m$$



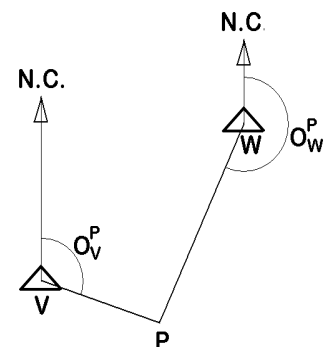
8.7.5.- *Calcula los datos necesarios para replantear por intersección directa el punto P del ejercicio anterior. El replanteo se hará desde V y desde otro vértice W, de coordenadas $X_W = 2.000m$; $Y_W = 2.000m$.*

En esta ocasión se trata de calcular las orientaciones de las alineaciones formadas por el punto a replantar y cada uno de los dos vértices. Estacionando en ellos y materializando esos valores, se replantea el punto por intersección de las visuales. El valor de la orientación O_V^P es el mismo que se calculó en el ejercicio anterior.

$$O_V^P = 100^g + \arctan \frac{|Y_P - Y_V|}{|X_P - X_V|} = 124,224^g$$

De la figura adjunta se deduce:

$$O_W^P = 200^g + \arctan \frac{|X_P - X_W|}{|Y_P - Y_W|} = 225,133^g$$



8.7.6.- *Calcula las coordenadas de la esquina 7'' de la demasia de la figura 8.4, conocidas las de 1, 2, 3' y 4':*

$X_1 = 1.000$	$Y_1 = 1.000$
$X_2 = 3.000$	$Y_2 = 1.100$
$X_{3'} = 2.200$	$Y_{3'} = 1.500$
$X_{4'} = 2.300$	$Y_{4'} = 1.250$

Comenzamos por calcular las orientaciones de las alineaciones 3'-4' y 1-2. Trabajaremos en grados centesimales. Del croquis adjunto se deduce:

$$O_{3'}^{4'} = 100^g + \arctan \frac{|Y_{4'} - Y_{3'}|}{|X_{4'} - X_{3'}|} = 175,766^g$$

$$O_1^2 = \arctan \frac{|X_2 - X_1|}{|Y_2 - Y_1|} = 96,820^g$$

Para calcular las coordenadas de 7'' planteamos las ecuaciones que se emplearían para hacerlo desde 3' y desde 1:

$$X_{7''} = X_1 + D_{1-7''} \operatorname{sen} O_1^2 = X_{4'} + D_{4'-7''} \operatorname{sen} O_{3'}^{4'}$$

$$Y_{7''} = Y_1 + D_{1-7''} \cos O_1^2 = Y_{4'} + D_{4'-7''} \cos O_{3'}^{4'}$$

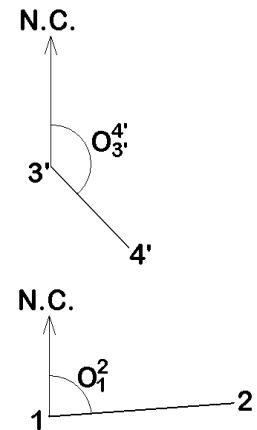
En el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas resultante, las incógnitas son las distancias reducidas entre el punto a calcular 7'' y los puntos 1 y 4'. Resolviendo el sistema:

$$D_{4'-7''} = 195,355m$$

Y las coordenadas:

$$X_{7''} = 2.372,554m$$

$$Y_{7''} = 1.068.618m$$



9. LA TOPOGRAFÍA SUBTERRÁNEA. JUSTIFICACIÓN

NOTA: En los capítulos precedentes hemos visto la diferencia entre *orientación* y *acimut* y la forma de trabajar con cada uno de estos valores. No obstante, en lo que sigue y dado que en Topografía es habitual hacerlo de esta forma, emplearemos el término *acimut* en el sentido de: *ángulo horizontal que forma una alineación con el Norte de la cuadrícula UTM, medido desde éste y en sentido horario*.

9.1.- INTRODUCCIÓN

En los capítulos que siguen se estudia la aplicación de las técnicas topográficas al caso de trabajos desarrollados en el subsuelo. Además del ejemplo clásico de la minería de interior, estas técnicas serán aplicables en la perforación de túneles para carreteras y ferrocarriles, en determinadas obras hidráulicas, en la creación de espacios subterráneos para almacenamiento, etc.

Las características que hacen especiales las obras subterráneas, desde la perspectiva de la topografía, son las siguientes:

- Iluminación: En las obras subterráneas es preciso trabajar con luz artificial, en ocasiones escasa. Eso obliga a emplear iluminación adicional, tanto en los equipos topográficos como en las señales de puntería y los puntos visados.
- Temperatura, humedad, etc.: Pueden suponer condiciones de trabajo incómodas para los operarios, pero también afectar a los equipos, que estarán sometidos a condiciones adversas que facilitan su deterioro.
- Existencia de polvo, gases nocivos o grisú: Suponen condiciones adversas y, en ocasiones, peligrosas.
- Espacios reducidos y por los que, con frecuencia, circulan vehículos o existe maquinaria en movimiento: Esto obliga, habitualmente, a fijar los puntos de estación en las paredes o en los techos de las labores y, en ocasiones, a estacionar en estos mismos puntos.
- Levantamiento de puntos de difícil acceso, en los que a menudo resulta imposible situar una señal de puntería.
- Comunicación entre las labores de interior y las de exterior: Pueden complicar, de manera importante, los trabajos topográficos de enlace entre dichas labores, en particular la transmisión de orientación al interior.
- La complejidad de las labores de interior, que puede dificultar el desarrollo de los trabajos topográficos y, especialmente, el replanteo de nuevas labores.
- Los levantamientos topográficos en minería deben seguir de cerca los avances de la explotación. Además, los vértices en los que se apoyan pueden verse afectados por los movimientos del terreno o, incluso, desaparecer.

Los planos de las labores mineras de interior deben llevarse al día, para poder organizar adecuadamente los trabajos de salvamento en caso de accidente, para relacionar las labores con posibles efectos en el exterior, para evitar intrusiones en los registros mineros colindantes, para evitar el problema de las aguas colgadas, etc.

Los trabajos topográficos intervienen en todas las fases del proceso minero. Sin ánimo de ser exhaustivos, podemos mencionar los siguientes casos:

- Prospección y exploración.
- Investigación por sondeos del yacimiento: replanteo de la malla de sondeos teórica, levantamiento topográfico de la situación real de los sondeos; sondeos inclinados.
- Replanteo de registros mineros.
- Levantamiento inicial de la zona minera. Replanteo de las obras e instalaciones a construir en el exterior.
- Toma de avances; replanteo de obras e instalaciones a construir en el interior.
- Replanteo de labores subterráneas; rompimiento entre labores.

9.2.- NOCIONES DE MINERÍA SUBTERRÁNEA

La explotación racional de una mina subterránea requiere el establecimiento de una red, cuidadosamente planificada, de pozos, galerías, rampas y chimeneas o coladeros. Estas labores permitirán el acceso al yacimiento, la circulación de personal o de maquinaria, la extracción de mineral y estéril, la ventilación de las labores, etc. (figura 9.1).

Pozos: Su función suele ser conectar las instalaciones de superficie con el subsuelo.

Se utilizan para la extracción de mineral y estéril, transporte de personal y maquinaria, ventilación, etc. Suelen ser verticales, aunque en algunos casos pueden seguir la inclinación del cuerpo mineral.

Su diámetro puede variar entre 1 ó 2 metros, para pozos de servicio, hasta 8 ó 10 metros en minas

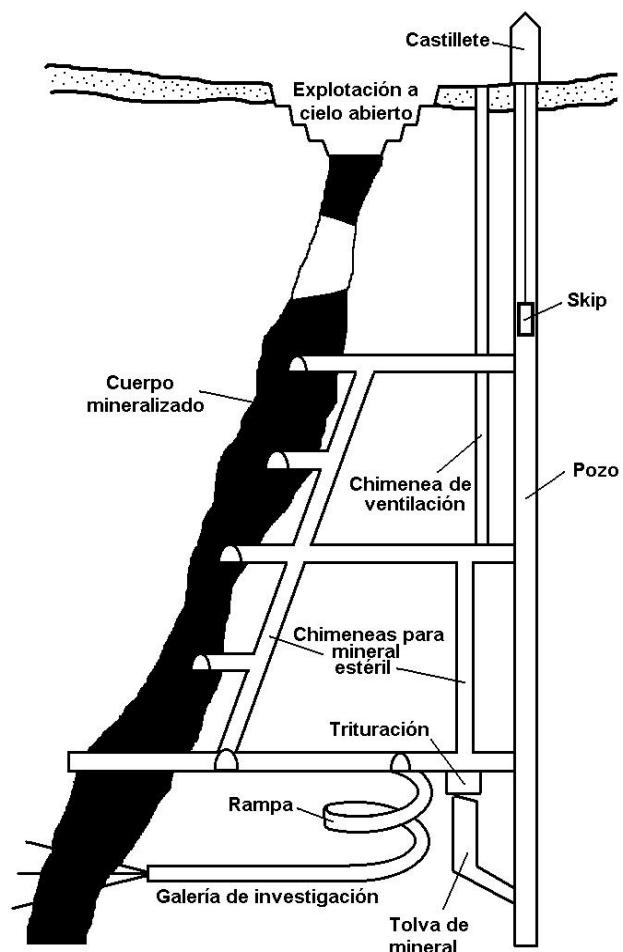


Fig. 9.1. Esquema de una mina de interior

importantes. Pueden tener secciones circulares o elípticas, que resisten mejor las presiones del terreno, o rectangulares, que presentan un mayor coeficiente de utilización. Pueden alcanzar varios centenares de metros de profundidad.

Suelen llevar entibación, sobre la que se apoyan las guías por las que se mueven las jaulas o skips.

Galerías: Se utilizan para preparación de túneles, exploración, acceso de personal y maquinaria a los tajos, transporte de mineral y estéril, etc. En ellas se instalan las vías, transportes, conducciones, cables eléctricos, etc.

Su forma puede ser trapezoidal o aproximadamente semicircular. Si las características del terreno lo exigen, se entiban. En el piso se excava un canal que permita la evacuación de aguas.

Chimeneas y coladeros: Sirven como conexiones, verticales o inclinadas, entre diferentes niveles de trabajo. Se perforan para permitir el transporte de mineral, de personal, para ventilación o para facilitar las labores de preparación.

Tienen sección cuadrada, rectangular o circular.

Rampas: Sirven para el acceso a las labores, sustituyendo o completando a los pozos, y para comunicar entre sí diferentes niveles. Su pendiente es inferior al 15% para permitir el movimiento de la maquinaria minera autopropulsada.

En estas labores se emplean distintos sistemas de perforación, en los que no vamos a extendernos. En todos los casos, la perforación será dirigida y controlada por los topógrafos, que calcularán la dirección e inclinación de los trabajos y realizarán el replanteo de estos.

9.3.- PLANOS REGLAMENTARIOS EN MINERÍA

El *Reglamento de Normas Básicas de Seguridad Minera*, y las *Instrucciones Técnicas Complementarias* correspondientes, indican que en todo trabajo o explotación subterráneos deben existir los siguientes planos:

- Plano topográfico de toda la superficie afectada por la explotación minera.- Escala mínima 1:5.000. Deben figurar en él las obras exteriores y edificaciones de la mina, los poblados, carreteras, líneas eléctricas, cauces de agua, etc. Deben situarse los pozos y polvorines, con indicación de su altitud. En este plano figurarán, asimismo, los límites del grupo minero.
- Plano general de labores.- Escala 1:2.000. Debe representar las labores ejecutadas y en ejecución, identificando claramente aquellas que se encuentren abandonadas.
- Plano de detalle de tajos y cuarteles.- Escala 1:1.000, normalmente. Se emplean proyecciones horizontales y verticales, secciones longitudinales y transversales (figura 9.2). Cuando existen varias plantas, se emplean colores

diferentes para diferenciarlas. En minas metálicas debe elaborarse un plano de metalizaciones, en proyección horizontal. Si existen varios cuerpos mineralizados se emplean proyecciones separadas para identificarlos claramente.

- Plano general de ventilación.- Escala 1:5.000. Debe figurar la dirección de la corriente de aire y su distribución, caudales en litros/segundo, etc.
- Plano general de la red eléctrica.
- Plano general de la red de aire comprimido.
- Plano general de la red de comunicaciones interiores.
- Plano general de la red de aguas, si procede.
- Plano general de transporte.
- Plano general de exteriores.

Todos ellos elaborados de acuerdo con la legislación vigente y acompañados de cualquier otro plano que la autoridad minera considere necesario. En las oficinas de la explotación minera debe disponerse de un ejemplar actualizado de cada uno de estos planos.

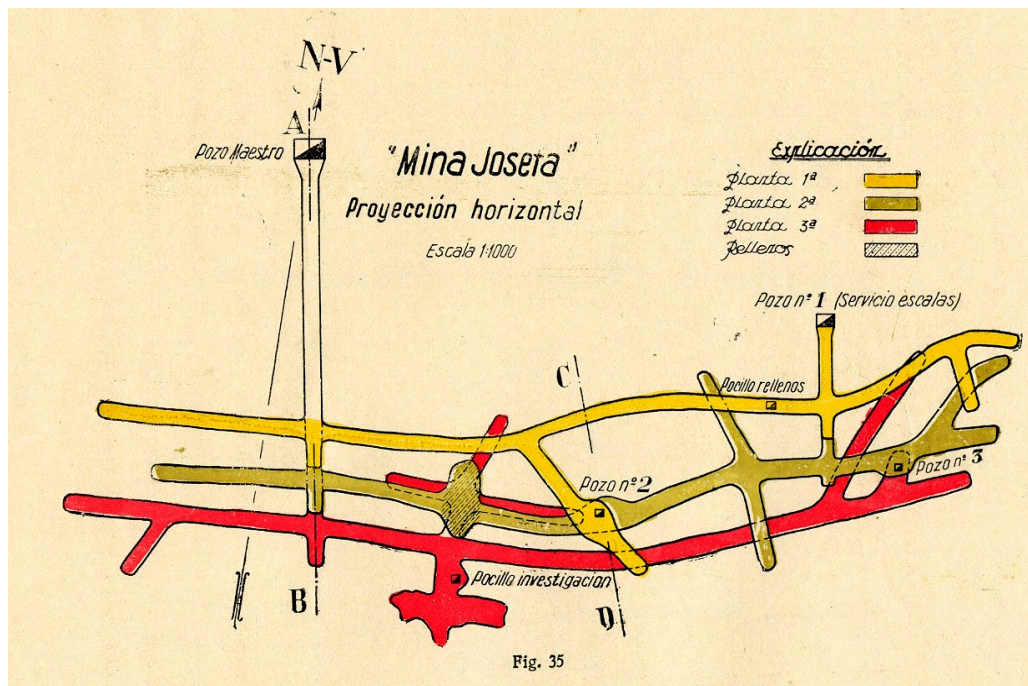


Fig. 9.2. Proyección horizontal (tomado de *Complementos topográficos de aplicación a la minería*, de Higinio Gil Cantero)

El Plan de Labores de la explotación debe presentarse en el mes de enero de cada año y recoge las labores que la empresa se propone desarrollar en el curso de ese año, en relación con el proyecto general de la explotación. La Memoria irá acompañada de los siguientes planos:

- Plano de situación de la explotación y de comunicaciones: Escala 1:50.000. Puede emplearse una fotocopia de parte de la hoja del Mapa Topográfico Nacional, marcando en él la situación de la explotación y los accesos a la misma.
- Plano de concesiones mineras: Escala 1:5.000.
- Plano de labores: Escala 1:1.000 ó 1:2.000.

- Plano de ventilación.

Todos ellos elaborados de acuerdo con la legislación vigente.

9.4.- EJERCICIOS

9.4.1.- *Calcula la pendiente, la longitud y la orientación de una galería cuyos extremos A y B tienen las siguientes coordenadas:*

$$A (1.000 ; 1.000 ; 100) \quad B (970 ; 1.100 ; 101,5)$$

La longitud D_N total de la galería es la distancia natural entre los puntos A y B:

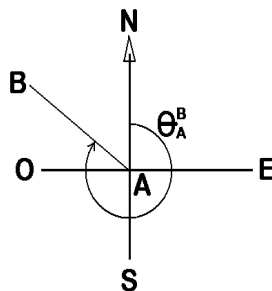
$$D_N = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2} = 104,414m$$

La longitud horizontal D_R de la galería es la distancia reducida entre los puntos A y B:

$$D_R = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} = 104,403m$$

La pendiente es la relación entre el desnivel existente entre los puntos extremos A y B de la galería y la distancia reducida entre ellos:

$$p = \frac{Z_B - Z_A}{D_R} = 0,0144 = 1,44\%$$



La orientación de la galería es el acimut de la alineación formada por los dos puntos extremos. Las posiciones relativas aproximadas de los puntos A y B, deducidas de sus coordenadas planas, se muestran en la figura. Por tanto, el acimut se calcula:

$$\theta_A^B = 400^g - \arctg \frac{|X_B - X_A|}{|Y_B - Y_A|} = 381,445^g$$

9.4.2.- *De un punto A, de coordenadas (1.000 ; 1.000 ; 100) parte una galería de 25m de longitud (en distancia natural) y con una pendiente descendente del 3%. Calcula las coordenadas del otro extremo B de la galería, sabiendo que su orientación corresponde a un acimut de 130°.*

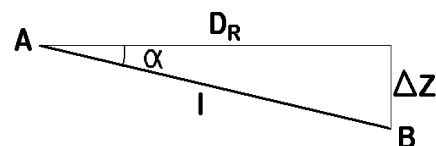
La pendiente de la galería es igual a la tangente del ángulo α que forma la galería con su proyección horizontal:

$$p = \frac{\Delta Z}{D_R} = \operatorname{tg} \alpha = 3\% = 0,03$$

$$\alpha = \arctg 0,03 = 1,909^g$$

$$D_R = l \cos \alpha = 24,989m$$

$$\Delta Z = -l \operatorname{sen} \alpha = -0,750 = Z_A^B$$



Como el acimut de la galería es $\theta_A^B = 130^g$,

$$X_B = X_A + D_R \operatorname{sen} \theta_A^B = 1.022,265m$$

$$Y_B = Y_A + D_R \cos \theta_A^B = 988,655m$$

$$Z_B = Z_A + Z_A^B = 99,250m$$

10. INSTRUMENTOS USADOS EN TOPOGRAFÍA SUBTERRÁNEA

10.1.- SEÑALIZACIÓN DE LOS PUNTOS DE ESTACIÓN

En topografía subterránea es muy habitual que las señales que marcan los puntos de estación no se puedan colocar en el suelo, ya que el paso de personal y de maquinaria podría hacerlas desaparecer. Por ello se colocan, normalmente, en el techo de las labores, utilizando una plomada para proyectarlas sobre el piso.

Para la puesta en estación proyectaremos el punto sobre el suelo, donde se marcará con un clavo, y se procederá a estacionar sobre el clavo utilizando el procedimiento habitual. En muchos casos se prefiere suspender una plomada desde el punto marcado en el techo y centrar el instrumento con referencia a esta plomada.

Los puntos de estación se elegirán de manera que los recorridos de los itinerarios sean lo más sencillos posible y su número de estaciones lo más bajo posible, para evitar la acumulación de errores. Las señales no deben estar sometidas a movimientos. Deben numerarse de forma ordenada y recoger claramente las observaciones necesarias en las libretas de campo, incluyendo croquis cuando sea preciso, para facilitar su localización. En exterior, los puntos se suelen denominar usando letras mayúsculas. En interior se suelen emplear minúsculas, seguidas de apóstrofos o de subíndices en caso necesario.

Las estaciones marcadas en el techo de la labor deben ser fáciles de localizar y no estar expuestas a desaparecer. Para que el punto de estación quede marcado inequívocamente, emplearemos las siguientes normas:

- El hueco del cáncamo por el que pasa el hilo de la plomada debe ser de diámetro un poco superior al de éste.
- El cáncamo debe situarse en el plano vertical que contenga a la bisectriz del ángulo formado por las dos visuales a lanzar desde la estación: la de la estación anterior y la de la siguiente.
- El hilo de la plomada debe introducirse en el ojal siempre en el mismo sentido y utilizando esta norma para todas las estaciones.

Cuando la entibación es de madera (figura 10.1) las señales se clavan con facilidad. Pueden emplearse grapas de hierro, cerrando un poco la curvatura para aproximarla al grosor del hilo de la plomada. También puede emplearse un cáncamo normal, con el ojal pequeño.

Cuando la entibación es de metal puede sujetarse una cuña de madera, mediante grapas, y proceder como en el

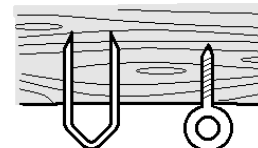


Fig. 10.1. Señalización de estaciones (1)

caso anterior. También se utiliza una pistola (de las que emplean los electricistas) para empotrar tornillos apropiados, provistos de un ojal, en la entibación.

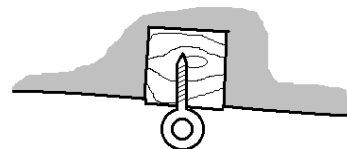


Fig. 10.2. Señalización de estaciones (2)

En labores en roca puede utilizarse un martillo perforador para hacer un taladro e introducir en él un taco de madera sobre el que se clavará el cáncamo (figura 10.2). También pueden emplearse tacos de plástico. Utilizando cemento mezclado con sosa, para que fragüe rápido, se pueden sujetar grapas en el techo (figura 10.3). En este caso conviene doblar ligeramente las patas de la grapa hacia afuera y cerrar la curvatura de ésta, como se indicó antes.

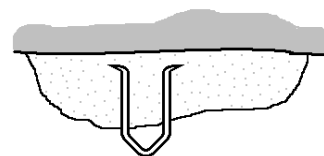


Fig. 10.3. Señalización de estaciones (3)

Para localizar fácilmente los puntos, conviene marcar un círculo rojo con pintura alrededor de cada uno, una vez puesta la señal que sujetará la plomada.

10.2.- MEDIDA DE ÁNGULOS

Las circunstancias propias de los trabajos de interior obligan, con frecuencia, a establecer itinerarios de lados muy cortos, lo que supone mayores errores en la medida de ángulos. En particular, el error de dirección puede ser muy importante, especialmente si la puesta en estación no se hace con el cuidado necesario.

Antiguamente se empleaban teodolitos con anteojo excéntrico, de manera que se pudieran lanzar visuales verticales a lo largo de pozos y chimeneas. Pero las complicaciones que suponían, y la necesidad de introducir en todas las mediciones la corrección por excentricidad, han hecho que en la actualidad se utilicen, normalmente, equipos de uso general. Para poder lanzar visuales verticales, estos equipos se dotan de oculares acodados.

También pueden emplearse, siempre que la apreciación sea compatible con la precisión de los trabajos topográficos y que no existan perturbaciones magnéticas en el subsuelo, las brújulas.

Para transmitir la orientación a las labores de interior puede emplearse el giroteodolito, que estudiaremos más adelante, al tratar el tema de la orientación en labores subterráneas.

10.2.1.- Teodolitos, taquímetros y estaciones totales

Como hemos indicado, suelen emplearse instrumentos similares a los de exterior, siempre teniendo en cuenta las condiciones de iluminación de las labores subterráneas y, en caso necesario, que sean antigrisú.

No obstante, existen equipos especialmente diseñados para trabajos de interior. Estos equipos se estacionan de manera que no interrumpen los servicios de arranque y de transporte de material.

En algunos casos se coloca el instrumento sobre una barra horizontal, que se apoya en los hastiales a altura suficiente para no interrumpir el transporte. En otros casos, especialmente si las labores son angostas, el instrumento se suspende de un perno introducido en el hastial o en el techo de la labor.

Los equipos antiguos se iluminaban, mediante el equipo adecuado, a través de los puntos de entrada de luz, de manera que pudieran tomarse lecturas sobre los limbos. Los teodolitos electrónicos y las estaciones totales disponen de una pantalla, donde pueden leerse los resultados de la medición, que puede estar iluminada.

Las plomadas y las señales de puntería se iluminan desde atrás, interponiendo una pantalla de papel o de plástico para no deslumbrar al operario del instrumento. También pueden iluminarse lateralmente. Todos los equipos de iluminación, en el caso de minas de carbón, deben ser antigrisú.

La puesta en estación se realiza, generalmente, con relación a una plomada que cuelga de un cáncamo situado en el techo de la labor, como hemos visto (figura 10.4). Moveremos el instrumento, montado sobre el trípode, hasta situarlo aproximadamente bajo la plomada y, a continuación, utilizaremos el juego del instrumento sobre la meseta del trípode para afinar mejor. La plomada debe estar en la prolongación del eje principal del instrumento.

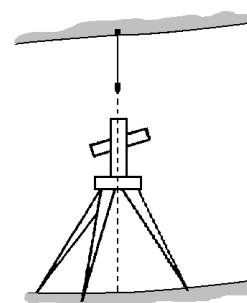


Fig. 10.4. Puesta en estación

Muchos instrumentos llevan una señal o un pivote para indicar el centro del anteojo. Si situamos el anteojo en posición horizontal, esta señal nos indicará el punto sobre el que debe estar la plomada para conseguir la puesta en estación. Si el aparato no dispone de esta señal, la materializamos estacionando aproximadamente bajo la plomada y marcando con un lápiz el círculo que describe la punta de ésta sobre el anteojo (situado en posición horizontal) al girar la alidada horizontal. El centro de este círculo es el punto buscado.

Para medir el ángulo entre ejes de un itinerario (figura 10.5) se sitúan plomadas en los tres puntos que lo definen, es decir en los puntos que marcan nuestra estación y las estaciones anterior y siguiente. Como en el caso de medición de ángulos en el exterior, si hemos orientado previamente el instrumento (con la visual de espaldas) obtendremos acimutes y si no, obtendremos las lecturas horizontales.

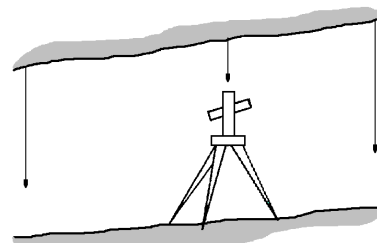


Fig. 10.5. Medición de ángulos

Si interesa calcular el ángulo interior, se puede hacer por diferencia de lecturas o, directamente, haciendo cero en la visual de espaldas.

Cuando no sea posible estacionar en el punto E previsto (por existir escombros, agua, inicio de una labor, etc.) lo haremos en un punto P lo más próximo posible y desde el que sean visibles las estaciones anterior A y siguiente B (figura 10.6). Aplicaremos la *reducción al centro de estación* para calcular los ángulos a y b y las distancias D_{EA} y D_{EB} que se habrían medido de haber podido estacionar en E .

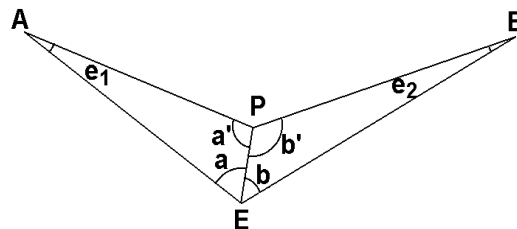


Fig. 10.6. Reducción al centro de estación

Tras estacionar en P visamos a los puntos A y B , determinando los ángulos a' y b' y midiendo las distancias D_{PA} y D_{PB} . También mediremos la distancia D_{EP} . En todos los casos nos referimos, naturalmente, a distancias reducidas.

Resolviendo los dos triángulos formados, de cada uno de los cuales conocemos dos lados y el ángulo comprendido, podremos calcular los ángulos a y b y las distancias D_{EA} y D_{EB} que nos interesan.

10.2.2.- Brújulas

Las brújulas montadas sobre trípode se utilizan como en topografía de exterior, estacionando en los puntos señalados por plomadas y midiendo los rumbos correspondientes a los ejes de los itinerarios o a los puntos levantados por radiación.

Como sabemos, la ventaja fundamental de la brújula es que se orienta al norte magnético, una vez liberada la aguja. Como inconvenientes podemos mencionar:

- Menor precisión.
- La declinación magnética varía continuamente.
- Pueden existir anomalías en el campo magnético provocadas por minerales metálicos, maquinaria, vías, líneas eléctricas, etc.

En labores angostas se emplea la brújula colgada o brújula de minero (figura 10.7). Esta brújula se cuelga de un punto intermedio de una cuerda tendida entre los dos puntos que definen la alineación a medir. Va montada sobre una suspensión cardán, de manera que puede nivelarse a pesar de la inclinación de la cuerda de la que cuelga.

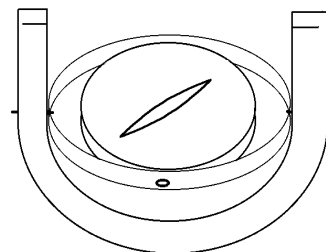


Fig. 10.7. Brújula colgada

Para evitar que la brújula deslice sobre la cuerda, si ésta está muy inclinada, se utilizan pinzas o se hacen nudos.

Las brújulas colgadas suelen ir divididas en medios grados. Para mejorar la precisión se toma la media aritmética de las lecturas tomadas con las dos puntas de la aguja, previa corrección de la de espaldas. Suelen ser de limbo móvil y graduación inversa.

La brújula colgada sólo debe emplearse cuando no sea posible utilizar un instrumento más preciso. No mide ángulos verticales por lo que debe usarse acompañada de un eclímetro.

10.2.3.- Eclímetros

Sirven para medir, en labores angostas, el ángulo vertical correspondiente a la alineación formada por dos puntos. Así podrá determinarse la distancia reducida y el desnivel entre ellos.

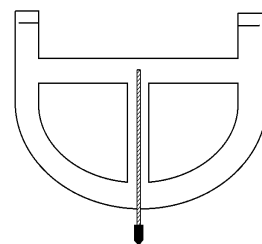


Fig. 10.8. Eclímetro

Están constituidos por un semicírculo graduado y una plomada que cuelga del centro del círculo. El hilo de esta plomada sirve como índice de lectura.

Se utilizan colgados de una cuerda tendida entre los puntos, como las brújulas mineras. En el caso de los eclímetros, si la cuerda es bastante horizontal conviene colgarlo del centro de ésta. En caso contrario es conveniente suspenderla alternativamente de ambos extremos del hilo, a un metro de cada uno de ellos, y hallar la media aritmética de las dos lecturas obtenidas.

Debe anotarse claramente si la inclinación es subiendo o bajando, para no cometer errores en el cálculo del desnivel.

10.3.- MEDIDA DE DISTANCIAS

Como ocurre en topografía de exterior, las distancias que van a interesar en topografía minera son las distancias reducidas. Por otra parte, también será necesario, en muchas ocasiones, determinar la profundidad de los pozos y otras labores.

10.3.1.- Medida directa de distancias horizontales

La medida directa puede ser conveniente en algunos casos, especialmente cuando nos encontramos con distancias cortas y labores angostas en las que no resulta fácil estacionar un instrumento topográfico. El instrumento que vamos a utilizar es el rodete.

Para distancias inferiores a 20 ó 25m y sensiblemente horizontales la medición pueden realizarla dos operarios que tensan la cinta sujetándola a la altura del pecho. Las plomadas que nos señalan los puntos servirán de índices de lectura sobre la cinta. Si necesitamos efectuar la medición con más precisión, y para evitar el error producido por la catenaria que forma la cinta, será necesario apoyarla sobre el suelo,

clavando en cada extremo (siguiendo las direcciones de las plomadas) unas agujas especiales.

Cuando la alineación a medir es inclinada, será necesario medir la inclinación (con goniómetro o eclímetro) para luego poder determinar la distancia reducida. Para proceder con la debida precisión, la inclinación medida debe corresponder, sensiblemente, al eje (o al piso) de la labor. Así, si medimos con una estación total la inclinación de la alineación marcada por dos plomadas, debemos procurar que la altura del instrumento coincida con la del jalón sobre el que va el prisma de reflexión total.

Según hayamos medido una distancia cenital o una altura de horizonte, la distancia reducida se obtiene, como sabemos, multiplicando la distancia natural medida por el seno o por el coseno del ángulo, respectivamente.

Otra posibilidad es la de medir por resaltos horizontales, dividiendo la longitud total en tantos tramos horizontales como sea preciso y midiéndolos por separado. Entre cada dos tramos se sitúa una plomada, que indica el final de un tramo y el principio del siguiente. Las plomadas deben alinearse correctamente, preferiblemente con ayuda del anteojo de un goniómetro.

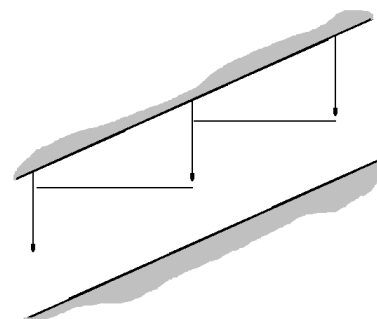


Fig. 10.9. Medida de la distancia por resaltos horizontales

En general, para realizar las mediciones con precisión, debemos tener en cuenta:

- La cinta métrica debe ser contrastada.
- Si es posible, mediremos sobre el suelo de la labor para tener en cuenta el error de catenaria.
- Cuando la longitud total a medir sea mayor que la de la cinta, debemos dividir aquella en tramos. Las señales (agujas, plomadas, etc.) que marquen cada tramo deben estar bien alineadas.
- Si la longitud a medir es inclinada, debemos medir también la inclinación para poder calcular la distancia reducida. Si la alineación está compuesta por tramos de distinta inclinación, mediremos por separado la distancia y la inclinación de cada tramo.

10.3.2.- Medida directa de distancias verticales

Existen varios posibles métodos. En cada ocasión tendremos en cuenta la precisión necesaria antes de elegir entre uno y otro.

Medida con hilo de acero

Se baja por la labor a medir un hilo de acero lastrado, que va enrollado en un torno provisto de freno (figura 10.10). Haremos sobre el hilo las señales necesarias

para medir la profundidad de los distintos puntos de interés. A continuación se saca el hilo y se extiende en un terreno horizontal. Mediremos la distancia L entre las señales utilizando una cinta métrica debidamente contrastada.

Si la precisión del trabajo lo requiere, corregimos la distancia medida, teniendo en cuenta el alargamiento elástico del hilo de acero, con la expresión:

$$\Delta L = \frac{\gamma L^2}{2E} + \frac{PL}{\Omega E}$$

Siendo:

- L la longitud medida con cinta expresada en cm
- γ el peso específico del acero: $0,0079 \text{ kg/cm}^3$
- E el módulo de elasticidad del acero: $2.100.000 \text{ kg/cm}^2$
- P el peso del lastre en Kg
- Ω la sección transversal del hilo en cm^2

El resultado viene expresado en cm y hay que añadirlo a la longitud medida.

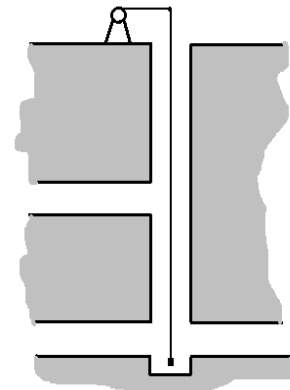


Fig. 10.10. Medida en pozos

Medida con cinta metálica

Se utilizan cintas de $50m$ de longitud. Si se precisa medir profundidades mayores podemos unir dos cintas, obteniendo una de $100m$.

Las cintas se lastran con un peso de $5kg$ y se van bajando de una labor a otra, haciendo sobre ella las señales correspondientes. Normalmente se desprecia el alargamiento de la cinta, pero es conveniente que ésta esté bien contrastada.

Método Firminy

Es un método muy preciso, pero más complicado de realizar. Emplea un hilo de acero, normalizado y enrollado en un torno con freno. La medición se realiza gracias a una bancada, situada en el exterior, provista de una regla móvil de 4 ó $5m$ de largo. Para medir la longitud del hilo entre dos señales, correspondientes a los dos puntos entre los que se quiere medir la profundidad, se va haciendo por tramos de la misma longitud que la regla.

10.3.3.- Medida indirecta de distancias

Para medir distancias horizontales en interior se utilizan instrumentos similares a los empleados en topografía exterior. No nos extendemos en los métodos estadimétricos, suficientemente conocidos y que en la actualidad han sido sustituidos por los métodos electrónicos.

Los equipos electrónicos de medida de distancias pueden ser empleados en el interior, pero conviene comprobar antes que no se producen errores provocados

por la reflexión en las paredes y el techo de las labores. Son muy convenientes las estaciones totales láser, ya que las distancias cortas pueden medirse sin empleo de prisma y el mismo haz láser nos indica el punto que estamos visando, lo que facilita el levantamiento de puntos de difícil acceso.

El empleo de estaciones totales permite, como sabemos, medir simultáneamente ángulos, distancias y desniveles, lo que simplifica enormemente el trabajo.

En el caso de minas grisúas, es preciso comprobar previamente que los equipos electrónicos cumplen las normas de seguridad.

Para la medición de distancias verticales en pozos, también pueden emplearse determinados equipos electrónicos. Estos equipos deben ser susceptibles de lanzar visuales cenitales y admitir oculares acodados. Para medir la profundidad del pozo, el equipo debe situarse al fondo del mismo. Si fuese preciso estacionarlo sobre una plataforma, se deben montar dos: una para el equipo y otra para el operador. De lo contrario, los movimientos de éste podrían transmitirse a aquel.

10.4.- EJERCICIOS

10.4.1.- Ante la imposibilidad de estacionar en un punto E de un itinerario en una galería minera, se hizo estación en otro punto P, visando a las estaciones anterior (A) y siguiente (S) del mismo y a la plomada situada en E. Se obtuvieron los siguientes datos:

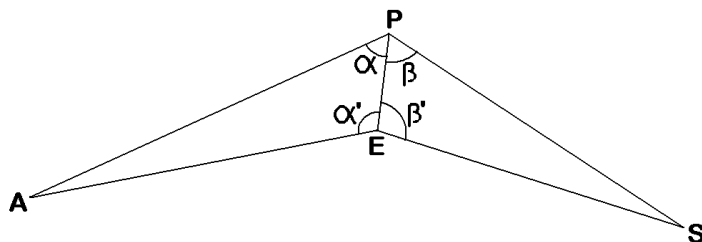
$$D_{PA} = 27,425m$$

$$D_{PS} = 38,596m$$

$$\alpha = \text{ángulo APE} = 51,286^\circ$$

$$\beta = \text{ángulo EPS} = 69,772^\circ$$

Se midió también la distancia reducida $D_{PE} = 2,143m$. Calcula las distancias y el ángulo interior que se habrían medido de haber podido estacionar en E.



Aplicando el teorema del coseno en el triángulo APE:

$$D_{AE}^2 = D_{AP}^2 + D_{PE}^2 - 2 D_{AP} D_{PE} \cos \alpha$$

$$D_{AE} = 25,986m$$

Aplicando el teorema del seno en el mismo triángulo:

$$\frac{D_{AE}}{\sin \alpha} = \frac{D_{AP}}{\sin \alpha'} \quad \alpha' = 144,925^\circ$$

Operando del mismo modo en el triángulo SPE:

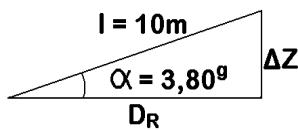
$$D_{ES}^2 = D_{PS}^2 + D_{PE}^2 - 2 D_{PS} D_{PE} \cos \beta$$

$$\frac{D_{ES}}{\sin \beta} = \frac{D_{PS}}{\sin \beta'} \quad D_{ES} = 37,665m \quad \beta' = 127,005^\circ$$

El ángulo interior formado por los tramos AE y ES del itinerario será:

$$\alpha' + \beta' = 271,930^\circ$$

10.4.2.- Con un eclímetro colgado se midió la inclinación, respecto a la horizontal, de una galería, que resulto ser de $3,80^\circ$. Sabiendo que la longitud inclinada de la galería es de 10m, calcula su distancia reducida y el desnivel entre sus extremos.



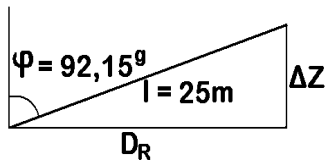
El ángulo vertical medido es una altura de horizonte, es decir un ángulo referido a la horizontal. Por tanto:

$$D_R = l \cos \alpha = 9,982m$$

$$\Delta Z = l \sin \alpha = 0,597m$$

Según sea ascendente o descendente, el desnivel entre los extremos de la galería será positivo o negativo.

10.4.3.- Calcula la distancia reducida de una alineación cuya distancia natural es de 25m. El ángulo vertical de la alineación corresponde a una distancia cenital $\varphi = 92,15^\circ$. Calcula el desnivel entre los extremos de la alineación



El ángulo medido es una distancia cenital, es decir un ángulo referido a la vertical. Por tanto:

$$D_R = l \sin \varphi = 24,810m$$

$$\Delta Z = l \cos \varphi = 3,075m$$

10.4.4.- Calcula la corrección por alargamiento de un hilo de acero con el que se midió una longitud inicial $L = 100m$. El hilo tenía un diámetro de 1mm y estaba lastrado con una pesa de 5kg.

Aplicamos la expresión que aparece en 10.3.2.

$$\Delta L = \frac{\gamma L^2}{2 E} + \frac{P L}{\Omega E}$$

Siendo: ΔL : corrección por alargamiento

$$L = 100m = 10.000cm$$

$$\gamma = \text{peso específico del acero} = 0,0079kg/cm^3$$

$$E = \text{módulo de elasticidad del acero} = 2.100.000kg/cm^2$$

$$P = 5kg$$

Como el diámetro del hilo es de 1mm, el radio R será 0,5mm. Por tanto:

$$\Omega = \text{sección del hilo en } cm^2 = \pi R^2 = 0,0079cm^2$$

Aplicando la expresión anterior:

$$\Delta L = 3,22cm = 0,032m$$

Esta corrección siempre debe sumarse a la longitud medida. Por tanto, la longitud corregida será:

$$L_T = 100 + 0,032 = 100,032m$$

10.4.5.- En una galería se dispone de dos puntos a y b, de coordenadas planas (100 ; 100) y (120 ; 130) respectivamente. Se ha determinado el ángulo vertical de la alineación a-b, que es de $\alpha = 2,5^\circ$ ascendente. Calcula la distancia reducida y el desnivel entre ambos puntos. Calcula la pendiente de la alineación.

Calculamos la distancia reducida D_{ab} :

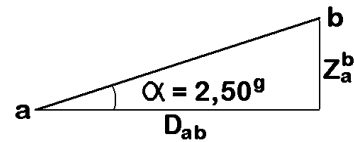
$$D_{ab} = \sqrt{(X_b - X_a)^2 + (Y_b - Y_a)^2} = 36,056m$$

De la figura:

$$Z_a^b = D_{ab} \operatorname{tg} \alpha = 1,416m$$

Por tanto:

$$p = \frac{Z_a^b}{D_{ab}} = \operatorname{tg} \alpha = 0,039 = 3,9\%$$



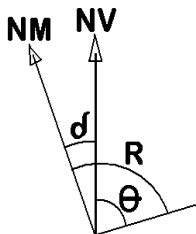
10.4.6.- Con una brújula colgada se ha medido el rumbo de una alineación. Se tomaron dos lecturas, una con la aguja norte ($83,6^\circ$) y otra con la aguja sur ($284,0^\circ$). Calcula el acimut de la alineación, sabiendo que la declinación magnética es $5,5^\circ$ Oeste.

Antes de promediar las lecturas tomadas con los dos extremos de la aguja debemos corregir la correspondiente a la aguja Sur, sumándole o restándole 200° . Así, el valor medio del rumbo será:

$$R = \frac{L_N + (L_S \pm 200^\circ)}{2} = \frac{83,6^\circ + (284^\circ - 200^\circ)}{2} = 83,8^\circ$$

Como la declinación (δ) es occidental, calculamos el acimut haciendo:

$$\theta = R - \delta = 83,8^\circ - 5,5^\circ = 78,3^\circ$$



11. MÉTODOS TOPOGRÁFICOS SUBTERRÁNEOS

11.1.- INTRODUCCIÓN

Mucho antes de que comiencen las labores de excavación será necesario realizar un levantamiento topográfico de superficie de la zona que va a verse afectada por la explotación minera o por la obra subterránea en cuestión. Como hemos visto, la escala mínima de este levantamiento será de 1:5.000 ya que va a servir, entre otras cosas, para elaborar el plano de superficie correspondiente.

El levantamiento de superficie es un trabajo topográfico convencional, para el que habrá que establecer las redes planimétricas y altimétricas habituales y aplicar los métodos e instrumentos propios de la topografía de exterior. También puede resolverse esta fase mediante un levantamiento fotogramétrico, sobre el que habrá que incorporar otros datos, como la situación de los polvorines.

Estos planos de superficie deben mantenerse permanentemente actualizados, pero en minería subterránea (al contrario de los que ocurre en minería a cielo abierto) las variaciones en superficie son relativamente pequeñas y se suelen limitar a la construcción de algunas instalaciones y edificios en el exterior y, eventualmente, al avance de vertederos de estériles. Mención aparte merece el caso de hundimientos en superficie provocados por las labores de interior, que estudiaremos más adelante.

El levantamiento y la actualización de planos, a partir de los vértices empleados para el levantamiento topográfico o fotogramétrico inicial, resulta sencillo y no vamos a extendernos en él.

Un caso especial es el constituido por los trabajos topográficos que permiten enlazar las labores de interior con el levantamiento exterior, necesarios para referir aquellas al mismo sistema de coordenadas empleadas en éste (y, en definitiva, enlazar con la red geodésica) y de los que nos ocuparemos más adelante.

En este capítulo vamos a tratar los métodos planimétricos y altimétricos empleados para el levantamiento de las labores subterráneas y para la actualización continua de estos trabajos, especialmente en lo que se refiere a la toma de avances de los frentes de explotación.

11.2.- MÉTODOS PLANIMÉTRICOS

La distribución de las labores subterráneas hace inviable, en la mayoría de los casos, la aplicación del método de intersección para el levantamiento planimétrico de vértices en interior.

En ocasiones se emplea la intersección directa para el levantamiento de puntos de difícil acceso y en los cuales resultaría difícil, e incluso peligroso, situar una señal de puntería. El procedimiento operativo consiste en estacionar en dos puntos conocidos, tan alejados entre sí como sea posible, y visar desde cada uno de ellos al otro punto conocido y al punto que se desea medir (figura 11.1). Como sabemos, las coordenadas planas de este último punto pueden calcularse a partir de las de los puntos conocidos y de las lecturas horizontales obtenidas. Esta operación puede realizarse también, como hemos visto, con distanciómetros o estaciones totales láser, siempre que la distancia al punto de estación no supere el alcance del equipo.

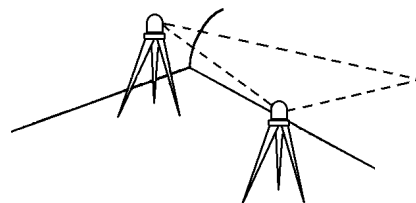


Fig. 11.1. Intersección

Tampoco es frecuente emplear la fotogrametría terrestre en interior, entre otras razones por los problemas de iluminación inherentes a los trabajos subterráneos. No obstante, en ocasiones se realizan levantamientos fotogramétricos situando un equipo giratorio que proyecta un haz de rayos láser, según un plano vertical, marcando el perfil de la labor. Este perfil puede ser fotografiado y restituído.

El método más usado es el de itinerario, a través de las galerías y otras labores, completado con el de radiación para el levantamiento de detalles.

11.2.1.- Método itinerario

Los itinerarios de interior se realizan y se calculan del mismo modo que los de exterior. Pero en este caso las dificultades son mayores, como se ha indicado, debido al elevado número de ejes, a su reducida longitud y a las dificultades de la puesta en estación y de la realización de las mediciones. Es fundamental poner especial atención en la planificación y en la ejecución de estos trabajos para evitar una acumulación excesiva de errores.

Según los casos, emplearemos unos u otros de los instrumentos topográficos que hemos visto. Los teodolitos y estaciones totales nos proporcionan los mejores resultados, pero en ocasiones habrá que emplear brújulas y eclímetros para la medida de ángulos y cinta métrica para la de distancias.

Itinerario cerrado

Los itinerarios cerrados son aquellos en los que el punto final coincide con el inicial. Los aplicaremos siempre que sea posible, estableciendo un recorrido por las labores que interesa levantar hasta volver, por éstas o por otras ya levantadas, al punto inicial.

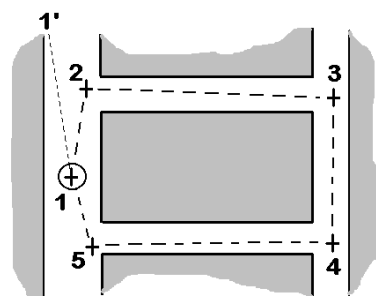


Fig. 11.2. Itinerario cerrado

Para relacionar las coordenadas de los puntos visados con las de los vértices del levantamiento exterior, necesitaremos conocer las coordenadas de la primera estación del itinerario y disponer de una dirección de acimut conocido (1-1' en la figura 11.2), que nos permita orientar el itinerario. Esta orientación puede haberse transmitido a través de un pozo o de una rampa u obtenido por otros métodos.

El error de cierre acimutal puede calcularse, antes de resolver numéricamente el itinerario, a partir de la diferencia de los sumatorios de lecturas de espaldas y lecturas de frente. Una vez calculados los acimutes de los ejes, el error de cierre e_a se divide por el número de estaciones n y se compensa de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} f &= e_a / n \\ (\theta_1^2)_c &= \theta_1^2 - f \\ (\theta_2^3)_c &= \theta_2^3 - 2f \\ &\vdots \\ (\theta_{N-1}^N)_c &= \theta_{N-1}^N - nf \end{aligned}$$

que tiene en cuenta que, si utilizamos un goniómetro que no sea una brújula, los errores acimutales se van transmitiendo y acumulando a lo largo del itinerario. En itinerario cerrados la última estación N coincidirá con la primera. En el caso de que se emplee una brújula los errores angulares no se transmiten, ya que la brújula se orienta en cada estación de forma independiente de las demás estaciones. En este caso, para compensar los rumbos medidos se aplicará el mismo valor a todos ellos.

Los errores de cierre en cada una de las coordenadas (X , Y y Z) se compensan repartiéndolos de forma proporcional al valor absoluto de cada uno de los valores calculados para las coordenadas.

Otras veces (figura 11.3) se realizan itinerarios cerrados recorriendo una labor en un sentido y volviendo en sentido contrario por la misma labor hasta regresar al punto de estación. El inconveniente de estos itinerarios es que, para realizarlos de forma adecuada, conviene que las estaciones del recorrido de ida sean diferentes de las del recorrido de vuelta, lo que no siempre es factible en labores angostas. También en este caso necesitamos una visual de acimut conocido (1-1') desde la primera estación para poder orientar el itinerario.

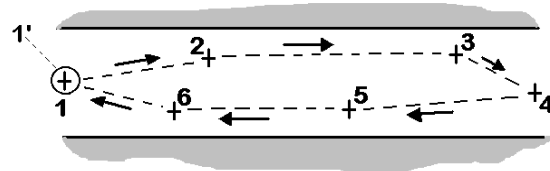


Fig. 11.3. Itinerario cerrado por una galería

Itinerario encuadrado

En ocasiones se dispone de dos puntos de coordenadas conocidas, entre los que se puede establecer un itinerario encuadrado. En los itinerarios encuadrados de exterior, la orientación se consigue, normalmente, lanzando visuales entre las dos estaciones extremas (D y H en la figura 11.4), lo que no suele ser posible en interior ya que es raro que estos dos puntos sean visibles entre sí. Los puntos de interior de coordenadas conocidas pueden

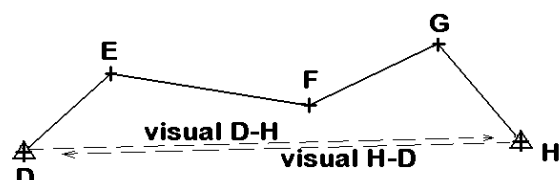


Fig. 11.4. Itinerario encuadrado (exterior)

corresponder a dos pozos, cuyas coordenadas se han calculado mediante un itinerario de exterior ligado a la red geodésica. Mediante plomadas situadas en los pozos marcamos las estaciones en el interior y sus coordenadas planas (X e Y) coincidirán con las de exterior y serán, por tanto, conocidas. Las coordenadas del punto de interior también pueden haberse medido a través de una rampa.

Además, puede ser que hayamos transmitido la orientación al interior, por ejemplo, a través de un pozo o por una rampa (direcciones $d-d'$ y $h-h'$ en la figura 11.5). La transmisión de orientación al interior se estudiará posteriormente, pero podemos adelantar que nos proporciona una dirección de acimut conocido a partir del punto materializado en el interior, lo que permite orientar el instrumento topográfico estacionado en él (o calcular la corrección de orientación, si se prefiere trabajar así).

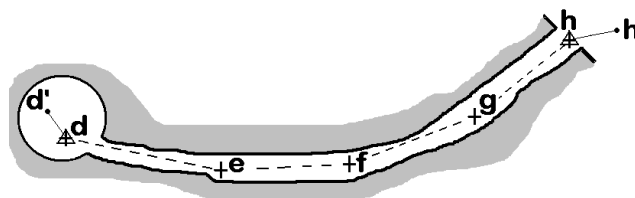


Fig. 11.5. Itinerario encuadrado (interior) con estaciones extremas (d y h) orientadas

En otras ocasiones no se dispone más que de las coordenadas de una sola estación, que puede estar orientada o no estarlo.

En función de los datos disponibles sobre las estaciones inicial (E_I) y final (E_F) se pueden dar los siguientes casos:

- E_I y E_F conocidos y visibles entre sí.- El itinerario se resuelve y se compensa por el procedimiento que ya conocemos: la primera visual de espaldas (de E_I a E_F) sirve para orientar el itinerario y la última visual de frente (de E_F a E_I) sirve para calcular el error de cierre acimutal.
- E_I y E_F conocidos y no visibles entre sí. Ambos están orientados.- El itinerario se resuelve de forma similar, pero en esta ocasión la orientación se consigue lanzando desde E_I la visual de acimut conocido (V_1) y el error de cierre acimutal se calcula lanzando desde E_F la otra visual (V_2) de acimut conocido (figura 11.6).

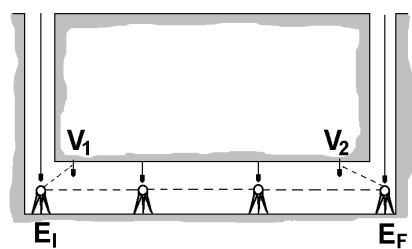


Fig. 11.6. Itinerario encuadrado con estaciones extremas orientadas

- E_I y E_F conocidos y no visibles entre sí. Sólo E_I está orientado.- Se orienta el itinerario mediante la visual de E_I . Se resuelve y se calculan las coordenadas de E_F . Comparando estas coordenadas con las que conocemos de antemano, se ve si el error de cierre es excesivo. Para compensarlo, calculamos el acimut θ_I^F y la distancia reducida D_{IF} de la alineación de los dos puntos con las coordenadas conocidas de ambos. A continuación volvemos a calcularlos pero empleando para E_F las coordenadas obtenidas tras resolver el itinerario. La diferencia entre estos dos acimutes se aplica a

los acimutes de todos los tramos del itinerario. Las distancias de los tramos se corrigen multiplicándolas por la relación entre las dos distancias calculadas. Finalmente, se vuelven a calcular, con estos nuevos datos, las coordenadas de todas las estaciones.

- E_I y E_F conocidos y no visibles entre sí. Ninguno de los dos está orientado.- Partimos de una orientación arbitraria desde E_I y resolvemos el itinerario hasta calcular las coordenadas de E_F . Procedemos como en el caso anterior, corrigiendo los acimutes y las distancias de los tramos del itinerario. La diferencia es que, en este caso, el itinerario no tiene comprobación.
- Sólo E_I es conocido y está orientado.- El itinerario no tiene comprobación.

Como vemos, si sólo se han determinado las coordenadas en los pozos, relacionándolas con la red exterior, pero no se ha transmitido la orientación al interior, el itinerario tiene solución pero no se puede comprobar ni compensar, salvo que las estaciones extremas sean visibles entre sí. En los itinerarios abiertos denominados *colgados*, podemos calcular las coordenadas de las estaciones pero no el error de cierre. Esto supone que cualquier error importante puede pasar desapercibido, lo que resulta arriesgado. La única solución consiste en repetir el itinerario en sentido contrario, procurando, como hemos indicado, estacionar en puntos distintos a los anteriores.

11.2.2.- Método de radiación

Emplearemos el método de radiación para completar el levantamiento de las distintas labores de interior. Se levantarán todos los detalles que deban figurar en los planos de la explotación y también aquellos que puedan ser relevantes para las labores de investigación (fallas, contactos, etc.) y de planificación minera (secciones, perfiles, etc.).

El método de radiación se aplica desde las estaciones de los itinerarios. Como sabemos, se puede trabajar con el instrumento topográfico orientado, midiendo directamente los acimutes de las alineaciones visadas. Si optamos por no orientar el instrumento, será preciso lanzar una visual a una dirección de acimut conocido (normalmente la estación anterior del itinerario) para poder trabajar mediante corrección de orientación. Lo más adecuado es realizar conjuntamente los itinerarios y la radiación, siempre que sea posible. De esta manera ahorramos tiempo y reducimos la posibilidad de que se produzcan errores groseros, ya que sólo hay que estacionar una vez en cada punto de estación.

Tal como ocurre con los itinerarios, todos los puntos radiados deben referirse a la red exterior para trabajar en un sistema de coordenadas común a ambas redes.

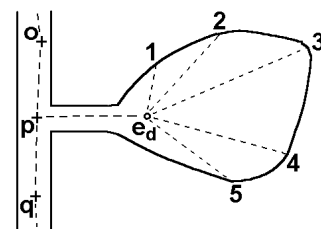


Fig. 11.7. Estación destacada

En caso necesario, puede levantarse por radiación una estación destacada e_d desde la que se levantan posteriormente, también por radiación, los puntos de interés 1, 2, 3, etc. (figura 11.7). Para poder orientar esta estación destacada se lanza, una vez hemos estacionado en ella, una visual de espaldas a la estación p del itinerario desde la que la habíamos levantado.

11.2.3.- Método de abscisas y ordenadas

Este método puede aplicarse cuando las distancias se miden con cinta métrica. Se emplea para levantar puntos de detalle a partir de una alineación central $i-f$ materializada por la cinta (figura 11.8).

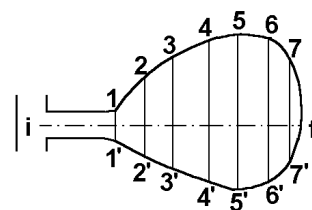


Fig. 11.8. Método de abscisas y ordenadas

Con una segunda cinta levantamos las ordenadas de los puntos, llevándola perpendicularmente a la primera cinta, que actúa como eje de abscisas.

11.3.- MÉTODOS ALTIMÉTRICOS

Al igual que sucede en los trabajos de exterior, los requerimientos de precisión en levantamientos altimétricos de interior son muy variables y dependen de la finalidad de cada uno de ellos. Así, en la toma de avances puede que no se necesite gran precisión altimétrica pero cuando nos referimos a una galería que debe tener una pendiente regular, y puede estar sometida a movimientos del terreno, estos requerimientos pueden ser muy estrictos.

Lo mismo ocurre en explotaciones muy mecanizadas. El emplazamiento correcto de la maquinaria de perforación y extracción exige un trabajo altimétrico preciso, máxime cuando se pretenda comunicar entre sí labores preexistentes mediante chimeneas, rampas o galerías.

Los trabajos altimétricos de interior deben estar relacionados con los de exterior. Para determinar la altitud de los puntos de interior, a partir de los de exterior, utilizaremos alguno/s de los siguientes métodos:

- Medir, con hilo de acero o cinta metálica, la profundidad del pozo desde la embocadura hasta cada uno de los niveles de la explotación.
- Medir con distanciómetro, o estación total, la profundidad del pozo mediante una visual vertical.
- Realizar un itinerario altimétrico a través de una rampa de acceso al interior.

Una vez calculada la altitud de algún punto del interior, se arrastra a todos los puntos que se levanten, sean estaciones de itinerarios o puntos radiados. Como en planimetría, conviene que los itinerarios altimétricos sean cerrados o encuadrados, para poder calcular y compensar los errores de cierre.

En muchas ocasiones, las señales que marcan las estaciones de los itinerarios estarán situadas en el techo de la labor, por lo que puede ser conveniente realizar la nivelación por éste y referirla a dichas señales. En otras ocasiones, la nivelación se hace por el piso y va referida a señales situadas en éste o a la proyección sobre él de las señales situadas en el techo. En cada ocasión debe quedar perfectamente especificado a cuál de los dos casos se refiere la coordenada Z de cada punto.

Por lo demás, se utilizan en interior los mismos métodos que en exterior: nivelación trigonométrica y nivelación geométrica. Cuando la inclinación de la labor se haya medido con un eclímetro colgado, mediremos también la longitud real l de la misma y calcularemos el desnivel entre sus puntos extremos con la expresión:

$$\Delta Z = l \operatorname{sen} \alpha$$

siendo α la inclinación respecto a la horizontal (altura de horizonte). Para arrastrar la altitud de un punto a otro hay que tener en cuenta si la inclinación de la labor es en sentido ascendente (desnivel positivo) o descendente (desnivel negativo).

11.3.1.- Nivelación trigonométrica

Se emplea cuando los requerimientos de precisión no son muy estrictos. La nivelación trigonométrica tiene la ventaja de que puede efectuarse en paralelo a los itinerarios planimétricos, aprovechando las mismas puestas en estación, pero es menos precisa que la nivelación geométrica. También la emplearemos para calcular la Z de los puntos radiados. En función de que las referencias se sitúen en el techo o en el suelo, podemos encontrarnos con los siguientes casos:

El punto de estación y el punto visado se materializan en el piso de la labor

Como sabemos, si se lanza una visual a una mira o un prisma de reflexión total, el desnivel entre el punto visado V y el de estación E viene dado por (figura 11.9):

$$Z_E^V = t + i - m = D_R / \operatorname{tg} \varphi + i - m$$

siendo:

- t : tangente topográfica. Será positiva en las visuales ascendentes y negativa en las descendentes. Se aplica con su signo.
- D_R : distancia reducida entre los dos puntos.
- φ : distancia cenital de la visual lanzada.
- i : altura del instrumento.
- $m = Ap$: lectura de mira o altura del prisma respecto al suelo.

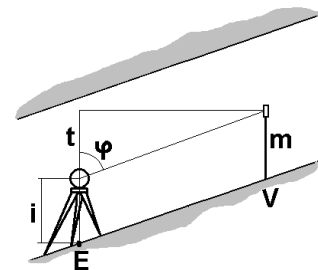


Fig. 11.9. Nivelación trigonométrica (1)

La altitud del punto visado será:

$$Z_V = Z_E + Z_E^V$$

El punto de estación se sitúa en el piso y el punto visado en el techo de la labor

Si visamos a la punta de la plomada, que cuelga del punto V materializado en el techo de la labor, será (figura 11.10):

$$Z_E^V = t + i + m' = D_R / \operatorname{tg} \varphi + i + m'$$

- m' : longitud del hilo de la plomada.

Naturalmente, si visamos directamente al punto situada en el techo, haremos $m'=0$.

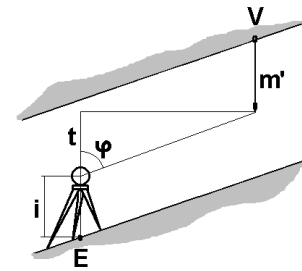


Fig. 11.10. Nivelación trigonométrica (2)

El punto de estación se sitúa en el techo y el punto visado en el piso de la labor

El instrumento se estaciona con relación a la plomada que cuelga del punto E, marcado en el techo de la labor. Si visamos a la mira o al prisma situado en el punto V del piso, tendremos (figura 11.11):

$$Z_E^V = t - i' - m = D_R / \operatorname{tg} \varphi - i' - m$$

- i' : coaltura del instrumento. Es la altura desde el centro del anteojo del instrumento hasta el punto de estación situado en el techo.
- $m=Ap$: lectura de mira o altura del prisma respecto al suelo.

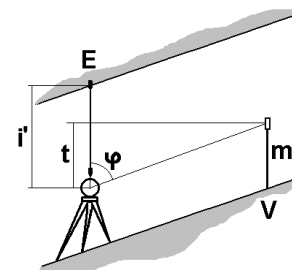


Fig. 11.11. Nivelación trigonométrica (3)

Como en los casos anteriores, t se aplica con su signo. En este caso, el desnivel está medido con relación al techo de la labor.

Ambos puntos se materializan en el techo de la labor

Suponiendo que visamos a la punta de la plomada que cuelga de V, será (figura 11.12):

$$Z_E^V = t - i' + m' = D_R / \operatorname{tg} \varphi - i' + m'$$

- m' : longitud del hilo de la plomada.
- i' : coaltura del instrumento.

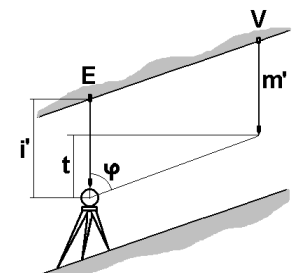


Fig. 11.12. Nivelación trigonométrica (4)

Como vimos anteriormente, si visamos directamente a un punto del techo, haremos $m'=0$. En este caso, el desnivel también está medido con relación al techo de la labor.

11.3.2.- Nivelación geométrica

Se emplea en los casos en que los requerimientos en precisión altimétrica sean grandes. Se realizan itinerarios altimétricos con nivel, independientes de los

planimétricos, tal como se hace en topografía exterior. Las miras empleadas suelen ser más cortas (2 ó 3m) para poder situarlas en el interior de las labores.

Se aplica el método del punto medio, estacionando el nivel en un punto aproximadamente equidistante de aquellos cuyo desnivel se quiere determinar. Las miras se sitúan en el piso, normalmente sobre los carriles del transporte, si se hace por vía férrea. En ocasiones se nivela por el techo, utilizando miras que cuelgan desde éste.

Nivelación por el piso de la labor

Se estaciona en un punto intermedio E , visando sucesivamente a una mira situada en los puntos A y B cuyo desnivel pretendemos determinar (figura 11.13):

$$Z_A^B = m_A - m_B$$

Y la altitud de B se calcula, a partir de la de A , mediante:

$$Z_B = Z_A + Z_A^B$$

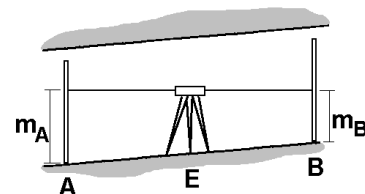


Fig. 11.13. Nivelación geométrica (1)

Empleando el método del punto medio, cada punto que se nivela se refiere al anterior, no al punto de estación. Por tanto, no es necesario señalar de forma permanente los puntos de estación utilizados.

Nivelación por el techo de la labor

En este caso (figura 11.14) la Z de los puntos se refiere al techo de la labor, no al suelo. Las miras se cuelgan de las señales situadas en el techo. Hay que tener en cuenta que las miras se sitúan al revés, con el origen en el techo.

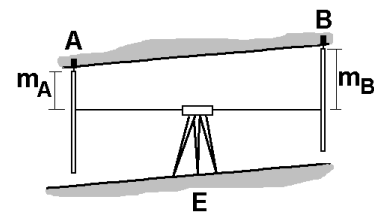


Fig. 11.14. Nivelación geométrica (2)

En este caso, la expresión a emplear es la siguiente:

$$Z_A^B = m_B - m_A$$

Y la altitud de B se calcula, a partir de la de A , como en los casos anteriores:

$$Z_B = Z_A + Z_A^B$$

11.4.- TOMA DE AVANCES

Se pretende levantar topográficamente los avances de la explotación con una cierta periodicidad, al menos mensual. Si se trata de tajos de extracción de mineral y estéril, que van a seguir avanzando posteriormente, los requerimientos de precisión no suelen muy grandes. Si se trata de labores de interconexión entre otras labores previas, lo que se conoce como *rompimientos mineros*, la precisión en el replanteo y en el seguimiento de los trabajos es vital. Los rompimientos mineros se estudiarán en detalle más adelante.

Es importante que los técnicos responsables de los trabajos topográficos estén bien informados de los avances que se han ido produciendo en los frentes desde que se hizo el levantamiento anterior. También es conveniente revisar los frentes antes de levantarlos, para comprobar que los puntos de estación no han sido afectados por las voladuras o por otras causas. Esto permitirá, cuando llegue el momento oportuno, realizar el trabajo topográfico en el menor tiempo posible y no entorpecer las labores de extracción.

La toma de avances se realiza a partir de las estaciones de los itinerarios que se han levantado con anterioridad.

En el caso más sencillo (figura 11.15) se dispone de una estación e próxima al frente y de otra estación anterior d , visible desde ésta y siendo conocidas las coordenadas de ambas. Estacionando en e y lanzando una visual a d , que nos puede servir para orientar el instrumento topográfico o para calcular la corrección de orientación, tendremos datos suficientes para calcular las coordenadas de los puntos del frente que visemos a continuación (1 a 4 en la figura 11.15).

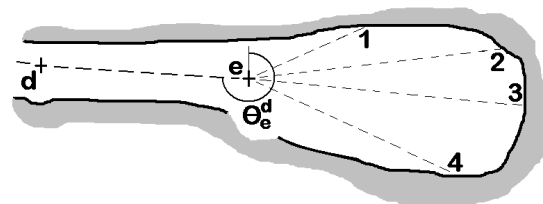


Fig. 11.15. Toma de avances desde la estación e del itinerario

Cuando las labores son de difícil acceso, podemos situar dos puntos próximos al frente desde los que levantaremos el frente por intersección directa. Otra posibilidad es emplear una estación total láser, como hemos comentado antes.

Si el punto e se encuentra alejado y el frente no es visible desde él, podemos hacer lo siguiente:

- Si la distancia no es muy grande (figura 11.16) estacionamos en e , lanzamos la visual de espaldas a d y, a continuación levantamos una estación destacada e' , desde la que se domine bien el frente. Estacionando luego en e' lanzamos una visual de espaldas a e , para transmitir la orientación, y levantamos los puntos del frente.
- Si la distancia es grande, levantamos un itinerario de relleno apoyado en e hasta llegar a las proximidades del frente. Normalmente se trata de un itinerario abierto. Desde la última estación del itinerario levantamos el frente, procediendo como en el caso anterior.

En todos los casos necesitamos que esté señalada la estación d , de coordenadas conocidas y visible desde e . Si esta estación hubiese desaparecido, habrá que reconstruir el itinerario entre la primera estación disponible y la estación e . A partir de ahí, se opera

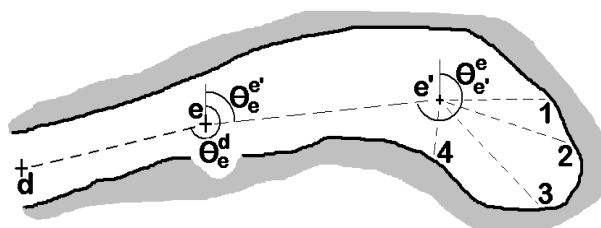


Fig. 11.16. Toma de avances desde una estación destacada e'

como en los casos anteriores.

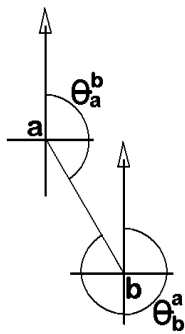
11.5.- EJERCICIOS

11.5.1.- Para levantar un punto inaccesible en el frente de una explotación minera de interior se situaron y se levantaron dos puntos *a* y *b* próximos al frente. Se estacionó un teodolito en cada uno de ellos y se visó al otro punto conocido y al punto incógnita *P*. Calcula las coordenadas de *P*, conociendo las de los puntos de estación y las lecturas horizontales tomadas:

$$X_a = 110 \quad Y_a = 115$$

$$X_b = 112 \quad Y_b = 110$$

Estación	Punto visado	Lectura horizontal
<i>a</i>	<i>P</i>	202,57 ^g
	<i>b</i>	288,40 ^g
<i>b</i>	<i>a</i>	46,32 ^g
	<i>P</i>	141,86 ^g



Calculamos el acimut de la alineación *a-b*. Para ello situamos ambos puntos en un croquis en función de sus coordenadas planas. En este caso, el acimut será:

$$\theta_a^b = 100^g + \arctan \frac{|Y_b - Y_a|}{|X_b - X_a|} = 175,776^g$$

$$\theta_b^a = \theta_a^b \pm 200^g = 375,776^g$$

Calculamos la distancia reducida D_{ab} :

$$D_{ab} = \sqrt{(X_b - X_a)^2 + (Y_b - Y_a)^2} = 5,385m$$

Para resolver el triángulo *abP* comenzamos por calcular sus ángulos interiores a partir de las lecturas horizontales de la libreta de campo:

$$\alpha = L_a^b - L_a^P = 288,40^g - 202,57^g = 85,83^g$$

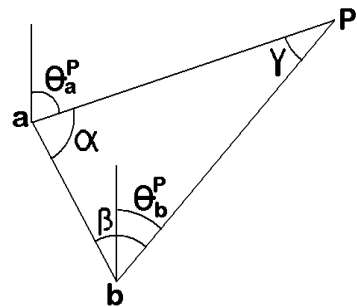
$$\beta = L_b^P - L_b^a = 141,86^g - 46,32^g = 95,54^g$$

$$\gamma = 200^g - \alpha - \beta = 18,63^g$$

De la figura se deduce:

$$\theta_a^P = \theta_a^b - \alpha = 89,946^g$$

$$\theta_b^P = \theta_b^a + \beta - 400^g = 71,316^g$$



Calculamos las distancias reducidas D_{aP} y D_{bP} aplicando el teorema del seno:

$$\frac{D_{aP}}{\sin \beta} = \frac{D_{bP}}{\sin \alpha} = \frac{D_{ab}}{\sin \gamma} \quad D_{aP} = 18,621m \quad D_{bP} = 18,206m$$

Finalmente:

$$X_P = X_a + D_{aP} \operatorname{sen} \theta_a^P = 128,389m$$

$$Y_P = Y_a + D_{aP} \cos \theta_a^P = 117,929m$$

Comprobamos los resultados calculando también las coordenadas de P a partir del punto b :

$$X_P = X_b + D_{bP} \operatorname{sen} \theta_b^P = 128,389m$$

$$Y_P = Y_b + D_{bP} \cos \theta_b^P = 117,929m$$

11.5.2.- Se desea realizar un itinerario planimétrico encuadrado, recorriendo una galería que enlaza dos pozos A y D. A través de los pozos se determinaron mediante plomadas las coordenadas de los puntos interiores a y d y se transmitió la orientación, calculando los acimutes de las alineaciones de interior $a-a'$ y $d-d'$. Calcula las coordenadas compensadas de las estaciones del itinerario, sabiendo que se empleó una estación total, orientándola en todas las estaciones.

$\theta_{a'}^{a'} = 15,40^g$		$\theta_{d'}^{d'} = 205,50^g$	
$X_a = 100$	$Y_a = 100$	$X_d = 212,33$	$Y_d = 119,26$
Estación	Punto visado	L. acimutal	D. reducida
a	a'	$15,40^g$	
	b	$87,32$	$45,30 m$
b	a	$287,32$	
	c	$91,56$	$30,85$
c	b	$291,56$	
	d	$89,15$	$37,76$
d	c	$289,15$	
	d'	$205,42$	

Puesto que el instrumento se orientó en todas las estaciones del itinerario, las lecturas acimutales de la tabla anterior son acimutes. Por tanto, el error de cierre acimutal será:

$$e_{ca} = (\theta_{d'}^{d'})_{TOP} - (\theta_{d'}^{d'})_{TRIG} = 205,42^g - 205,50^g = -0,08^g$$

El acimut $\theta_{d'}^{d'}$ topográfico, que se ha determinado mediante la última visual del itinerario, incorpora los errores acimutales cometidos a lo largo de éste. El acimut trigonométrico es el que nos sirve de referencia y procede de la orientación que se transmitió a la alineación $d-d'$. Puesto que el itinerario está formado por 4 estaciones:

$$f_c = \frac{e_{ca}}{4} = -0,02^g$$

Los acimutes se compensan teniendo en cuenta que los errores acimutales tienden a acumularse a medida que avanza el itinerario. Los acimutes compensados serán:

$$(\theta_a^b)_C = \theta_a^b - f_c = 87,32^g - (-0,02^g) = 87,34^g$$

$$(\theta_b^c)_C = \theta_b^c - 2 f_c = 91,56^g - (-0,04^g) = 91,60^g$$

$$(\theta_c^d)_C = \theta_c^d - 3 f_c = 89,15^g - (-0,06^g) = 89,21^g$$

$$(\theta_d^{d'})_C = \theta_d^{d'} - 4 f_c = 205,42^g - (-0,08^g) = 205,50^g$$

El acimut $\theta_d^{d'}$, una vez compensado, debe coincidir con el trigonométrico. Las coordenadas (todavía sin compensar) se calculan con las distancias reducidas de la libreta de campo y los acimutes compensados. Las expresiones genéricas a emplear para calcular las coordenadas parciales de una estación j respecto a la anterior i son las siguientes:

$$X_i^j = D_{ij} \operatorname{sen} (\theta_i^j)_C$$

$$Y_i^j = D_{ij} \cos (\theta_i^j)_C$$

Con ellas obtenemos las correspondientes columnas de la tabla siguiente:

	<u>Parciales sin compensar</u>		<u>Parciales compensadas</u>		<u>Totales</u>	
	X	Y	X	Y	X	Y
a					100,000	100,000
	44,407	8,949	44,455	8,895		
b					144,455	108,895
	30,582	4,059	30,615	4,034		
c					175,070	112,929
	37,219	6,369	37,259	6,331		
d					212,330	119,260
	$\Sigma X_i^j = 112,208$		$\Sigma Y_i^j = 19,377$			
	$\Sigma X_i^j = 112,208$		$\Sigma Y_i^j = 19,377$			

Para calcular los errores de cierre en coordenadas se han obtenido los sumatorios de los valores de cada una de las columnas anteriores; cada sumatorio debería coincidir con la coordenada parcial de la última estación respecto a la primera. El error de cierre en cada una de las coordenadas se obtiene comparando el valor del sumatorio con la diferencia entre las coordenadas conocidas de a y d :

$$e_{cx} = \Sigma X_i^j - (X_d - X_a) = 112,208 - (212,33 - 100,00) = -0,122$$

$$e_{cy} = \Sigma Y_i^j - (Y_d - Y_a) = 19,377 - (119,26 - 100,00) = 0,117$$

Para compensar las coordenadas calculamos los sumatorios de los valores absolutos de las dos columnas anteriores. Estos sumatorios coinciden con los anteriores puesto que todas las coordenadas son positivas. Para compensar cada coordenada parcial hacemos:

$$(X_i^j)_C = X_i^j - e_{cx} \frac{|X_i^j|}{\Sigma |X_i^j|}$$

Se actúa de igual modo con las coordenadas Y y se obtienen las coordenadas parciales X e Y compensadas de la tabla anterior. Finalmente, por arrastre de coordenadas, se obtienen las coordenadas totales.

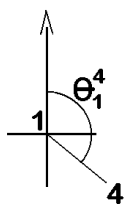
11.5.3.- Se ha realizado un itinerario encuadrado entre dos puntos 1 y 4, de coordenadas planas: $X_1 = 1.000$ $Y_1 = 1.000$

$$X_4 = 1.103,703 \quad Y_4 = 919,414$$

En el punto 1 se disponía de una visual de acimut conocido. El instrumento topográfico se orientó en todas las estaciones. Calcula las coordenadas de los puntos de estación, con la siguiente libreta de campo:

Estación	Punto visado	Acimut	D. reducida
1	2	148,52 ^g	38,20m
2	3	136,97	49,67
3	4	142,70	43,58

Cuando sólo se dispone de una visual de acimut conocido en una de las estaciones extremas, el itinerario no puede compensarse con el método empleado en el ejercicio 11.5.2. En casos como el que nos ocupa calcularemos el acimut y la distancia reducida de la alineación que forman las estaciones extremas 1 y 4, tanto mediante las coordenadas conocidas de ambos puntos (valores “trigonométricos”) como empleando las coordenadas obtenidas al calcular el itinerario (valores “topográficos”). La diferencia entre los dos acimutes se resta a todos los acimutes del itinerario. Las distancias se corrigen dividiéndolas por la relación entre las dos distancias que hemos calculado.



Calculamos el acimut trigonométrico de la alineación 1-4. Para ello situamos ambos puntos en un croquis en función de sus coordenadas planas:

$$(\theta_1^4)_{TRIG} = 100^g + \arctan \frac{|Y_4 - Y_1|}{|X_4 - X_1|} = 142,055^g$$

La distancia reducida entre ambas estaciones será:

$$(D_{14})_{TRIG} = \sqrt{(X_4 - X_1)^2 + (Y_4 - Y_1)^2} = 131,333m$$

Calculamos las coordenadas parciales de cada estación respecto a la anterior, empleando para ello los valores que figuran en la libreta de campo. Como en el ejercicio anterior, las expresiones genéricas son las siguientes:

$$X_i^j = D_{ij} \operatorname{sen} \theta_i^j$$

$$Y_i^j = D_{ij} \cos \theta_i^j$$

	X	Y
1		
2	27,632	-26,376
3	41,527	-27,250
4	34,139	-27,088

Las coordenadas parciales topográficas de 4 respecto a 1 se obtienen sumando las columnas de la tabla anterior:

$$X_1^4 = X_1^2 + X_2^3 + X_3^4 = 103,299m$$

$$Y_1^4 = Y_1^2 + Y_2^3 + Y_3^4 = -80,714m$$

Con ayuda de la figura anterior calculamos el acimut topográfico:

$$(\theta_1^4)_{TOP} = 100^g + \arctan \frac{|Y_1^4|}{|X_1^4|} = 142,225^g$$

La distancia reducida será:

$$(D_{14})_{TOP} = \sqrt{(X_1^4)^2 + (Y_1^4)^2} = 131,093m$$

Para corregir las coordenadas hacemos:

$$c = (\theta_1^4)_{TOP} - (\theta_1^4)_{TRIG} = 0,17^g$$

$$f = \frac{(D_{14})_{TOP}}{(D_{14})_{TRIG}} = 0,998$$

y corregimos acimutes y distancias:

$$(\theta_1^2)_C = \theta_1^2 - c = 148,52^g - 0,17^g = 148,350^g$$

$$(\theta_2^3)_C = \theta_2^3 - c = 136,97^g - 0,17^g = 136,800^g$$

$$(\theta_3^4)_C = \theta_3^4 - c = 142,70^g - 0,17^g = 142,530^g$$

$$(D_{12})_C = D_{12} / f = 38,20m / 0,998 = 38,270m$$

$$(D_{23})_C = D_{23} / f = 49,67m / 0,998 = 49,761m$$

$$(D_{34})_C = D_{34} / f = 43,58m / 0,998 = 43,660m$$

Con los valores corregidos de distancias y acimutes, y las expresiones anteriores, obtenemos las coordenadas parciales compensadas de la tabla siguiente. Las coordenadas totales se obtienen por arrastre de coordenadas:

	<u>Parciales</u>		<u>Totales</u>	
	<u>compensadas</u>			
	X	Y	X	Y
1			1.000,000	1.000,000
	27,753	-26,351		
2			1.027,753	973,649
	41,676	-27,189		
3			1.069,429	946,460
	34,274	-27,046		
4			1.103,703	919,414

Terminamos comprobando que los valores de X_4 y de Y_4 obtenidos (1.103,703 y 919,414, respectivamente) coinciden con los valores conocidos de las coordenadas.

11.5.4.- Se estacionó una estación total en un punto a próximo al frente de una explotación minera. Se lanzó una visual a la estación d y, a continuación, se visaron dos puntos del frente P y P'. Calcula las coordenadas de los puntos visados, conocidas las de a y d y la libreta de campo.

$$X_a = 100 \quad Y_a = 100 \quad Z_a = 100$$

$$X_d = 200 \quad Y_d = 50$$

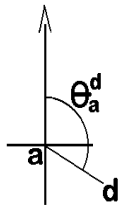
Estación	i	Punto visado	L. acimutal	D. reducida	t	a _p
a	1,50	d	314,28 ^g		–	
		P	207,42	27,550m	0,320	1,60
		P'	38,96	32,180	0,210	1,65

Nota: La determinación del desnivel se llevó por el piso de la labor.

La visual lanzada al punto *d*, en la que el operador se limita a anotar la lectura acimutal, nos servirá para calcular la corrección de orientación en la estación *a*:

$$\theta_a^d = 100^g + \arctg \frac{|Y_d - Y_a|}{|X_d - X_a|} = 129,517^g$$

$$Co_a = \theta_a^d - L_a^d = 129,517^g - 314,28^g = -184,763^g$$



Calculamos los acimutes correspondientes a las visuales a los puntos *P* y *P'*:

$$\theta_a^P = Co_a + L_a^P = -184,763^g + 207,42^g = 22,657^g$$

$$\theta_a^{P'} = Co_a + L_a^{P'} = -184,763^g + 38,96^g + 400^g = 254,197^g$$

En el segundo caso, hemos sumado 400^g para evitar que el acimut sea negativo. Las coordenadas se calculan:

$$X_P = X_a + D_{aP} \cos \theta_a^P = 100,000 + 27,550 \cos 22,657^g = 109,600m$$

$$Y_P = Y_a + D_{aP} \sin \theta_a^P = 100,000 + 27,550 \sin 22,657^g = 125,823m$$

$$Z_P = Z_a + t + i - a_p = 100,00 + 0,320 + 1,50 - 1,60 = 100,22m$$

$$X_{P'} = X_a + D_{aP'} \cos \theta_a^{P'} = 75,796m$$

$$Y_{P'} = Y_a + D_{aP'} \sin \theta_a^{P'} = 78,794m$$

$$Z_{P'} = Z_a + t + i - a_p = 100,06m$$

11.5.5.- *Calcula el desnivel entre los puntos a y b de un levantamiento de interior en los siguientes casos:*

Caso 1. Los dos puntos están señalados en el piso de la labor.

$$t = 0,20m \quad i = 1,50m \quad m = 1,70m$$

Caso 2. *a* está señalados en el piso de la labor y *b* en el techo.

$$t = 0,20m \quad i = 1,50m \quad m' = 1,10m$$

Caso 3. *a* está señalados en el techo de la labor y *b* en el piso.

$$t = 0,20m \quad i' = 1,00m \quad m = 1,70m$$

Caso 4. Los dos puntos están señalados en el techo de la labor.

$$t = 0,20m \quad i' = 1,00m \quad m' = 1,10m$$

Las expresiones a emplear figuran en el apartado 11.3.1 de los apuntes de la asignatura.

$$1) \quad Z_a^b = t + i - m = 0,20 + 1,50 - 1,70 = 0,00m$$

$$2) \quad Z_a^b = t + i + m' = 0,20 + 1,50 + 1,10 = 2,80m$$

$$3) \quad Z_a^b = t - i' - m = 0,20 - 1,00 - 1,70 = -2,50m$$

$$4) \quad Z_a^b = t - i' + m' = 0,20 - 1,00 + 1,10 = 0,30m$$

11.5.6.- Para determinar las coordenadas de la estación 2, se ha realizado un itinerario encuadrado de interior entre las estaciones 1 y 3, de coordenadas planas: 1 (100 ; 100), 3 (41,50 ; 134,50). En la estación 1 se disponía de una dirección de acimut conocido 1-1' que se empleó para orientar el instrumento topográfico. En la estación 3 se disponía también de una dirección 3-3' de acimut conocido: $\theta_3^{3'} = 260,40^g$. Resuelve el itinerario con la siguiente libreta de campo, sabiendo que el instrumento topográfico se orientó en todas las estaciones:

Estación	Punto visado	Acimut	Distancia media
1	2	345,82	25,372
2	3	327,15	43,368
3	3'	260,34	

Se resuelve como el ejercicio 11.5.2. El error de cierre acimutal será:

$$e_{ca} = (\theta_3^{3'})_{TOP} - (\theta_3^{3'})_{TRIG} = 260,34^g - 260,40^g = -0,06^g$$

Puesto que el itinerario está formado por 3 estaciones:

$$f_c = \frac{e_{ca}}{3} = -0,02^g$$

Los acimutes compensados serán:

$$(\theta_1^2)_C = \theta_1^2 - f_c = 345,84^g$$

$$(\theta_2^3)_C = \theta_2^3 - 2 f_c = 327,19^g$$

$$(\theta_3^{3'})_C = \theta_3^{3'} - 3 f_c = 260,40^g$$

El acimut $\theta_3^{3'}$, una vez compensado, debe coincidir con el trigonométrico.

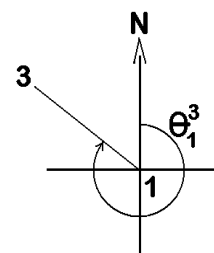
	Parciales sin compensar		Parciales compens.		Totales	
	X	Y	X	Y	X	Y
1					100,000	100,000
2	-19,074	16,731	-19,059	16,637	80,941	116,637
3	-39,472	17,964	-39,441	17,863	41,50	134,50
	$\Sigma X_i^j = -58,546$		$\Sigma Y_i^j = 34,695$			
	$\Sigma X_i^j = 58,546$		$\Sigma Y_i^j = 34,695$			
	$e_{cx} = \Sigma X_i^j - (X_3 - X_1) = -0,046$		$e_{cy} = \Sigma Y_i^j - (Y_3 - Y_1) = 0,195$			

11.5.7.- Resuelve y compensa el itinerario anterior en el caso de que no se disponga del acimut de la dirección 3-3'.

Se resuelve como el ejercicio 11.5.3:

Acimut trigonométrico de la alineación 1-3:

$$(\theta_1^3)_{TRIG} = 300^g + \arctg \frac{|Y_3 - Y_1|}{|X_3 - X_1|} = 333,922^g$$



Distancia reducida trigonométrica entre ambas estaciones:

$$(D_{13})_{TRIG} = \sqrt{(X_3 - X_1)^2 + (Y_3 - Y_1)^2} = 67,915m$$

Calculamos las coordenadas de cada estación respecto a la anterior, empleando para ello los valores que figuran en la libreta de campo.

	X	Y
1		
2	-19,079	16,725
3	-39,484	17,940

Las coordenadas parciales topográficas de 4 respecto a 1 se obtienen sumando las columnas de la tabla anterior:

$$X_1^3 = X_1^2 + X_2^3 = -58,563m$$

$$Y_1^3 = Y_1^2 + Y_2^3 = 34,665m$$

Con ayuda de la figura anterior calculamos el acimut topográfico:

$$(\theta_1^3)_{TOP} = 300^g + \arctan \frac{|Y_1^3|}{|X_1^3|} = 334,025^g$$

La distancia reducida topográfica será:

$$(D_{13})_{TOP} = \sqrt{(X_1^3)^2 + (Y_1^3)^2} = 68,054m$$

Para corregir las coordenadas hacemos:

$$c = (\theta_1^3)_{TOP} - (\theta_1^3)_{TRIG} = 0,103^g$$

$$f = \frac{(D_{13})_{TOP}}{(D_{13})_{TRIG}} = 1,00204$$

y corregimos acimutes y distancias:

$$(\theta_1^2)_C = \theta_1^2 - c = 345,717^g$$

$$(\theta_2^3)_C = \theta_2^3 - c = 327,047^g$$

$$(D_{12})_C = D_{12} / f = 25,320m$$

$$(D_{23})_C = D_{23} / f = 43,2795m$$

	<u>Parciales compensadas</u>		<u>Totales</u>	
	X	Y	X	Y
1			100,000	100,000
2	-19,068	16,661	80,932	116,661
3	-39,432	17,839	41,50	134,50

12. ENLACE ENTRE LEVANTAMIENTOS SUBTERRÁNEOS Y DE SUPERFICIE

12.1.- INTRODUCCIÓN

Los trabajos topográficos de interior deben ir referidos al mismo sistema de coordenadas empleado en el levantamiento de superficie. Los levantamientos de exterior se enlazan con la red geodésica a partir de los vértices geodésicos, cuyas coordenadas geográficas y UTM han sido calculadas con gran precisión. Para los levantamientos subterráneos se precisa de puntos situados en el interior y cuyas coordenadas (en el mismo sistema UTM) se calculan con suficiente precisión.

A partir de estos puntos se podrán enlazar los levantamientos subterráneos con los de superficie. Se aplicarán los métodos explicados en el capítulo 11, fundamentalmente itinerario y radiación para la planimetría y nivelación geométrica y trigonométrica para la altimetría.

Mención especial merece la transmisión de orientación, que a menudo exige la aplicación de procedimientos específicos diferentes de los de exterior, por la naturaleza y la dificultad de las labores subterráneas. La orientación se habrá transmitido cuando dispongamos, en interior, de dos puntos visibles entre sí y cuyas coordenadas, o el acimut de la alineación que forman, se conozcan.

12.2.- COORDENADAS

Necesitamos determinar las coordenadas X , Y y Z (UTM) de, al menos, un punto situado en el interior y a partir del cual se pueda realizar el levantamiento de las labores. Dependiendo del tipo de comunicación, o comunicaciones, con el exterior podemos tener los siguientes casos:

Comunicación por rampa

Basta con realizar un itinerario siguiendo la rampa, hasta dar coordenadas a un punto del interior. Conviene que el itinerario sea cerrado, de ida y vuelta, para que se pueda comprobar y compensar.

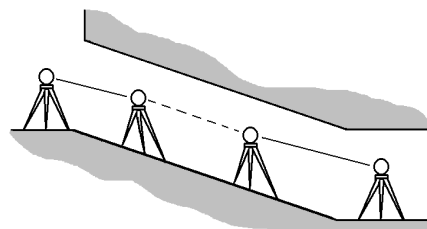


Fig. 12.1. Comunicación por rampa

Si se necesita bastante precisión en altimetría, conviene realizar además un itinerario por nivelación geométrica, que también debe ser cerrado. La altitud de los puntos de interior se determinará gracias a este itinerario.

Comunicación por pozo vertical

Las coordenadas X e Y se transmiten al interior mediante una plomada. Las coordenadas del hilo de la plomada se determinan en el exterior, enlazándolas con el levantamiento de superficie. Las coordenadas planas del hilo en el interior serán las mismas.

Si se dispone de distanciómetro o estación total, capaz de lanzar una visual vertical, se pueden determinar simultáneamente las tres coordenadas del punto de estación en el interior. Naturalmente, la precisión depende de la nivelación del aparato, es decir, de que la visual sea realmente vertical.

Si no se dispone de este equipo, la Z se puede determinar, a partir de la de exterior, midiendo la profundidad del pozo con hilo de acero o cinta metálica.

Comunicación por rampa y pozo o por dos pozos

En estos casos se pueden calcular las coordenadas de dos puntos de interior, uno a través de cada una de las labores de comunicación. Posteriormente se puede realizar un itinerario encuadrado, de interior, entre los dos puntos cuyas coordenadas se han determinado. Este itinerario, si es posible orientarlo, nos permitirá comprobar las coordenadas y, muy especialmente, que la transmisión de orientación es correcta.

En el caso de la figura 12.2, se han calculado las coordenadas de la estación interior I , mediante un itinerario por la rampa, a partir del punto exterior E . Enlazamos, con un itinerario de interior, los puntos I y P . Este itinerario se puede orientar lanzando una visual desde I a la estación anterior A del itinerario de la rampa. Si las coordenadas de P se habían determinado también, a partir del pozo, nos servirán como comprobación.

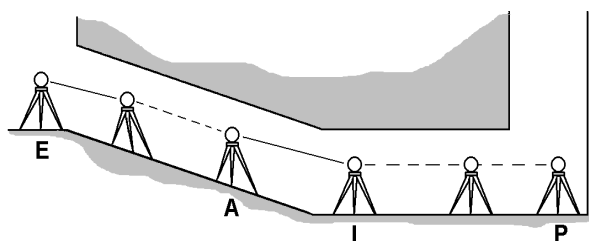


Fig. 12.2. Comunicación por rampa y pozo

12.3.- TRANSMISIÓN DE ORIENTACIÓN

La transmisión de orientación al interior es una operación especialmente delicada, ya que condiciona la precisión de todos los trabajos subterráneos. Las precauciones deben extremarse al máximo, pues cualquier desviación se transmite a los itinerarios y, en definitiva, a todo el levantamiento de interior. En ocasiones se dispone de procedimientos para determinar el error, pero otras veces (comunicación por un solo pozo) la comprobación no es posible.

En el caso de rompimientos mineros el problema puede tener consecuencias graves, al impedir que las labores previstas “calen” correctamente. En

apertura de túneles que se excavan desde ambos extremos, e incluso desde puntos intermedios a través de pozos, es imprescindible un replanteo exterior preciso del eje del túnel y una medición correcta de la profundidad de los pozos. Además, la transmisión de orientación a través de los pozos debe garantizar que la excavación del eje del túnel se orienta con suficiente precisión.

La transmisión de orientación es más o menos complicada según el número y el tipo de comunicaciones existentes entre interior y exterior. En función de éstas, del tipo de instrumentos disponibles y de la precisión requerida, emplearemos uno u otro de los siguientes métodos:

- itinerario enlazado con el exterior
- métodos magnéticos
- métodos ópticos
- métodos mecánicos
- métodos giroscópicos.

12.3.1- Transmisión de orientación mediante itinerario enlazado con el exterior

Es el caso de una mina a la que se accede desde el exterior por una rampa. Un itinerario cerrado, comenzando en un punto del exterior previamente conocido, nos permitirá calcular las coordenadas de uno o más puntos en el interior. La orientación se consigue, desde la estación de interior, visando a la estación anterior del itinerario, ya que ambas tienen coordenadas conocidas.

12.3.2- Transmisión de orientación por métodos magnéticos

Los métodos magnéticos constituyen el procedimiento más sencillo para orientar las labores de interior. Se basan en la propiedad de una aguja imantada, sujeta por su centro y pudiendo girar libremente, para orientarse según las líneas del campo magnético terrestre.

Estos métodos no suponen ninguna complicación práctica pero, como se ha visto en 10.2.2, presentan inconvenientes importantes:

- Su precisión es limitada.
- Miden rumbos, no acimutes.
- No se deben usar en zonas que presenten anomalías magnéticas, provocadas por la existencia de minerales metálicos o por la maquinaria e instalaciones de interior.

En todos los casos será preciso determinar la declinación magnética, para poder transformar en acimutes los rumbos que hayamos calculado. Como sabemos, la declinación varía con el tiempo y con el lugar de medición, por lo que debe calcularse en la zona y en el momento en que se vayan a realizar las mediciones de interior.

Para declinar un instrumento magnético, se estaciona en uno o más vértices del exterior y se lanzan visuales a alineaciones de acimut conocido,

determinando el rumbo de cada alineación. La diferencia entre cada rumbo medido y el acimut correspondiente nos da un valor de la declinación. Tomamos como resultado el valor promedio, siempre que no se hayan detectado valores aberrantes que puedan ser debidos a una anomalía magnética.

Los métodos magnéticos no son muy empleados, por las razones anteriores y porque, siempre que sea posible, se prefiere emplear instrumentos más rápidos y precisos en levantamientos de interior. Entre los instrumentos magnéticos empleados, podemos citar los siguientes:

- Brújulas y brújulas colgadas.- Son instrumentos cuya apreciación puede llegar a 5 o 10'. En brújulas excéntricas debe tenerse en cuenta la excentricidad a la hora de determinar los rumbos.
- Declinatorias.- Son agujas imantadas montadas sobre un taquímetro. Permiten orientarlo al Norte magnético, poniendo el limbo horizontal a cero en la dirección señalada por la aguja. De esa manera, el taquímetro puede medir rumbos directamente.
- Teodolitos-brújula.- Más precisos que los anteriores, pudiendo llegar a apreciaciones de 1'.
- Magnetómetros.- Consiguen apreciaciones de 20 a 30". En este instrumento se sustituye la aguja imantada por un imán que cuelga de un hilo de cuarzo y las oscilaciones se perciben por reflexión de un rayo de luz en un espejo unido al hilo. Los *declinómetros* son aun más precisos y están dotados de un hilo de suspensión de platino-iridio.

12.3.3- Transmisión de orientación por métodos ópticos

Estos métodos se basan en materializar, por procedimientos ópticos, un plano vertical que contiene a dos puntos fijos del exterior y a otros dos puntos fijos del interior. El acimut de la alineación formada por los puntos exteriores, que puede medirse con ayuda de los vértices exteriores, coincidirá con el de la alineación de interior que, de esta manera, queda orientada.

Mediante teodolito, taquímetro o estación total

El instrumento debe estar perfectamente nivelado y su eje de colimación, al cabecear el anteojo, debe describir un plano vertical. Esta condición puede verificarse mediante el doble giro del anteojo o visando en toda su longitud el hilo de una plomada en reposo colgada de un punto fijo.

La transmisión de orientación puede realizarse con el instrumento en el exterior o en el interior.

a) Desde el exterior.- El instrumento a emplear debe ser capaz de lanzar visuales al nadir, lo que nos es muy frecuente. Se estaciona sobre la boca del pozo P y se visa una

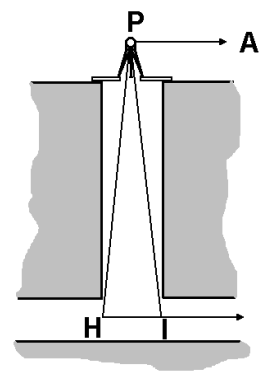


Fig. 12.3. Métodos ópticos: desde el exterior

alineación exterior $P-A$ de acimut conocido. A continuación, se cabecea el anteojo, visando al nadir, y, siguiendo las instrucciones del operador, unos ayudantes tienden en el fondo del pozo un hilo $H-I$, tan largo como permita la anchura del pozo (figura 12.3).

El hilo debe quedar contenido en el plano vertical descrito por el eje de colimación, que es el mismo plano vertical que contiene a la alineación exterior. Lo comprobamos siguiéndolo en toda su longitud, usando únicamente el movimiento de cabeceo del anteojo.

Este método es complicado y sólo puede emplearse en pozos de poca profundidad, ya que a partir de $100m$ es difícil percibir imágenes nítidas en el interior.

Para la puesta en estación habrá que montar dos plataformas independientes en la boca del pozo, una para el instrumento y otra para el operador, con las aberturas necesarias para poder lanzar las visuales al nadir.

b) Desde el interior.- En este caso, el instrumento debe ser capaz de lanzar visuales al cenit y admitir anteojos acodados. Se estaciona en el fondo del pozo y se visa una alineación $F-A$ interior. Esta será la dirección cuyo acimut se va a determinar. Empleando únicamente el movimiento de cabeceo del anteojo, se visa al cenit y se marcan dos puntos M y N en la boca del pozo (figura 12.4).

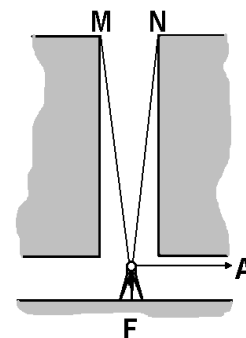


Fig. 12.4. Métodos ópticos: desde el interior

Estos puntos estarán situados en el mismo plano vertical que contiene a la alineación $F-A$. El acimut de la alineación $M-N$, que coincide con el de la $F-A$, se determina en el exterior.

Este método, como el anterior, sólo es recomendable para pozos anchos y poco profundos.

Mediante anteojos cenit-nadir

Estos equipos se conocen también con el nombre de *plomadas ópticas de precisión*. Se trata de instrumentos capaces de lanzar visuales al nadir. La precisión que se puede conseguir con ellos depende de la sensibilidad del sistema de nivelación que incorporen, ya que el resultado será tanto mejor cuanto más se aproxime a la vertical la visual lanzada.

Se estaciona el instrumento, sucesivamente, en dos puntos del borde del pozo A y B tan alejados entre sí como sea posible (figura 12.5). Las visuales permiten marcar los dos puntos de interior a y b situados en las verticales de A y B . Como la alineación interior $a-b$ está contenida en el mismo plano vertical

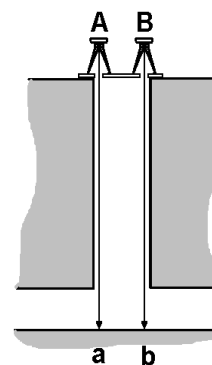


Fig. 12.5. Anteojos cenit-nadir

que la exterior A-B, su orientación será la misma.

Este sistema puede ser más preciso que el anterior, pero no debe emplearse para profundidades de más de 200m, porque los errores provocados por la refracción atmosférica empiezan a ser relevantes para esa profundidad.

Equipos láser

Estos equipos permiten lanzar una luz láser en la dirección del eje de colimación. La ventaja respecto a los anteriores es que la luz láser es visible cuando se proyecta sobre un objeto, lo que permite marcar los puntos visados directamente.

Montados sobre una estación total, situada en el fondo del pozo y perfectamente nivelada, no hará falta emplear oculares acodados ya que la luz es visible en una plataforma situada sobre la boca del pozo y permite marcar puntos.

Como en los casos anteriores, la precisión del sistema depende de que la nivelación del instrumento sea precisa. Conviene verificarlo mediante el doble giro del anteojo o visando en toda su longitud el hilo de una plomada en reposo colgada de un punto fijo.

12.3.4- Transmisión de orientación por métodos mecánicos

Se basan en el empleo de plomadas, que permiten proyectar al interior, a lo largo de un pozo, los puntos medidos en el exterior. Con dos plomadas en reposo se puede materializar un plano vertical. Si medimos en el exterior el acimut de la alineación formada por los dos hilos de las plomadas, lo que resulta sencillo, habremos determinado la orientación de esa misma alineación en el interior. Esta orientación se transmite, ya desde el interior, a otra alineación fija, por ejemplo la formada por dos estaciones del itinerario de interior.

Dependiendo de la profundidad del pozo, se emplean plomadas con lastres de entre 10 y 50kg de peso e hilos de hierro dulce o acero de entre 0,5 y 2mm de diámetro. El hilo va enrollado en un torno provisto de freno y se hace pasar por una polea fija en la superficie. Para atenuar las oscilaciones de las plomadas y lograr que estén en reposo lo más rápidamente posible, se introducen los lastres en depósitos, situados en el fondo del pozo y llenos de agua o aceite. Los hilos deben iluminarse correctamente, empleando una lámpara para cada uno y pantallas de papel o plástico de distinto color.

La precisión de los métodos mecánicos depende, principalmente, de la anchura del pozo. Antes de comenzar la operación de orientación conviene verificar que la trayectoria de los hilos es perfectamente vertical, es decir, que no tocan ningún saliente del pozo. Para ello se mide la distancia entre ellos en el exterior y en el interior, comprobando que ambas distancias coinciden.

Métodos directos de orientación

Consisten en estacionar el instrumento topográfico (teodolito, taquímetro o estación total) de forma que su eje principal esté contenido en el plano vertical formado por los hilos de dos plumadas (figura 12.6).

En exterior calculamos el acimut $\theta_H^{H'}$ de la alineación formada por los hilos H y H' . Para ello, por intersección o itinerario, calculamos las coordenadas de un punto E próximo al borde del pozo. El punto E se habrá elegido de forma que esté contenido en el plano vertical formado por los hilos de las plumadas. Al estacionar en él comprobaremos que esta condición se cumple.

Visando a otro punto conocido del exterior conseguimos orientar el instrumento (o calcular la corrección de orientación) y visando a las plumadas calculamos el acimut de la dirección que definen.

En interior estacionamos el instrumento en un punto I , también contenido en el plano vertical de las plumadas y situado a cierta distancia de ellas. Visando en la dirección de las plumadas, cuyo acimut conocemos por haberlo medido en el exterior, podemos orientar el instrumento. Finalmente, visamos a otro punto P , midiendo el acimut de la alineación $I-P$. Los dos puntos se habrán marcado de forma permanente y queda así constituida una base interior de acimut conocido.

La operación se puede realizar tangenteando los hilos o bisecándolos. Es importante que las plumadas se cuelguen de forma que sigan aproximadamente la dirección de la labor en la que están los puntos I y P , para que I se pueda situar a cierta distancia de ellas.

Métodos trigonométricos

a) Empleo de dos plumadas. Una sola estación.- Una vez colocadas las plumadas y determinado en el exterior el acimut de la alineación que forman $\theta_H^{H'}$, se hace estación en el punto interior I y se visa a los hilos de las plumadas H y H' , determinando por diferencia de lecturas el ángulo γ (figura 12.7). Para determinarlo con precisión, es recomendable utilizar los métodos de repetición o de reiteración. A continuación se visa a otro punto P previamente señalado. La alineación $I-P$ es la que vamos a orientar.

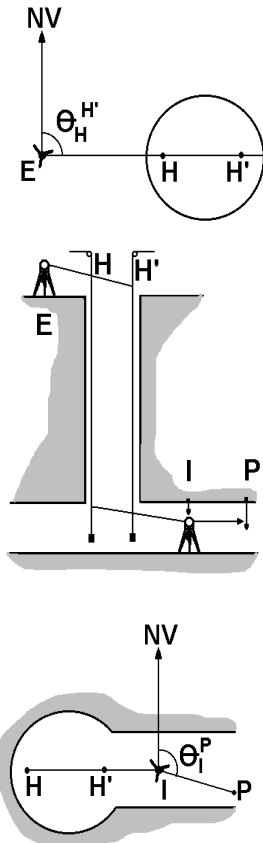


Fig. 12.6. Métodos mecánicos (1)

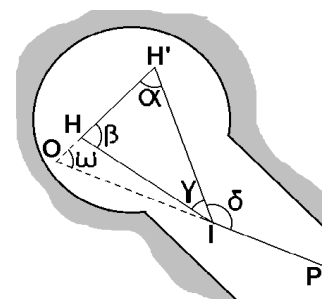


Fig. 12.7. Métodos mecánicos (2)

Medimos también las distancias reducidas $D_{HH'}$, entre los hilos, y D_{IH} , entre el punto de estación y el hilo H . Para calcular el acimut θ_I^P de la alineación $I-P$ necesitamos calcular el ángulo ω que forman las prolongaciones de las alineaciones $H-H'$ e $I-P$. Aplicando el teorema del seno en el triángulo $HH'I$:

$$\text{sen } \alpha = \frac{D_{IH}}{D_{HH'}} \text{sen } \gamma$$

En el triángulo OIH' :

$$\alpha + \omega + (200^g - \delta) = 200^g$$

$$\omega = \delta - \alpha$$

Una vez calculado ω , obtenemos el acimut buscado θ_I^P sumando o restando el valor de ω al acimut de la alineación de los hilos $\theta_H^{H'}$.

El inconveniente principal de este sistema es que exige medir las longitudes, lo que resulta incómodo y poco preciso

b) Empleo de dos plumadas. Dos estaciones.- Se marcan dos estaciones interiores I_1 e I_2 . Si es posible, conviene situarlas como en la figura 12.8, una a cada lado de las plumadas H y H' . Desde cada estación se visa a la otra y a los dos hilos, obteniendo por diferencia de lecturas los ángulos α , β , γ y δ (figura 12.8).

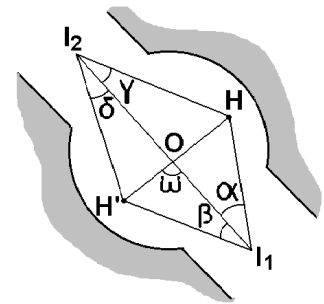


Fig. 12.8. Métodos mecánicos (3)

Aplicando el teorema del seno en los triángulos HOI_1 y $H'OI_1$:

$$\frac{OI_1}{\text{sen}(\omega - \alpha)} = \frac{OH}{\text{sen } \alpha}$$

$$\frac{OI_1}{\text{sen}(\omega + \beta)} = \frac{OH'}{\text{sen } \beta}$$

de donde:

$$\frac{OH}{OH'} = \frac{\text{sen } \alpha \text{ sen}(\omega + \beta)}{\text{sen } \beta \text{ sen}(\omega - \alpha)} \quad (1)$$

Aplicando el teorema del seno en los triángulos HOI_2 y $H'OI_2$:

$$\frac{OI_2}{\text{sen}(\omega - \delta)} = \frac{OH'}{\text{sen } \delta}$$

$$\frac{OI_2}{\text{sen}(\omega + \gamma)} = \frac{OH}{\text{sen } \gamma}$$

de donde:

$$\frac{OH}{OH'} = \frac{\text{sen } \gamma \text{ sen } (\omega - \delta)}{\text{sen } \delta \text{ sen } (\omega + \gamma)} \quad (2)$$

Igualando (1) y (2), tenemos:

$$\frac{\text{sen } \alpha \text{ sen } (\omega + \beta)}{\text{sen } \beta \text{ sen } (\omega - \alpha)} = \frac{\text{sen } \gamma \text{ sen } (\omega - \delta)}{\text{sen } \delta \text{ sen } (\omega + \gamma)}$$

y desarrollando:

$$\frac{\text{sen } \alpha (\text{sen } \omega \cos \beta + \cos \omega \text{sen } \beta)}{\text{sen } \beta (\text{sen } \omega \cos \alpha - \cos \omega \text{sen } \alpha)} = \frac{\text{sen } \gamma (\text{sen } \omega \cos \delta - \cos \omega \text{sen } \delta)}{\text{sen } \delta (\text{sen } \omega \cos \gamma + \cos \omega \text{sen } \gamma)}$$

Dividimos numerador y denominador del primer miembro por $\text{sen } \alpha$, $\cos \omega$ y $\text{sen } \beta$ y los del segundo miembro por $\text{sen } \gamma$, $\cos \omega$ y $\text{sen } \delta$:

$$\frac{\text{tg } \omega \cot g \beta + 1}{\text{tg } \omega \cot g \alpha - 1} = \frac{\text{tg } \omega \cot g \delta - 1}{\text{tg } \omega \cot g \gamma + 1}$$

y desarrollando:

$$\begin{aligned} \text{tg}^2 \omega \cot g \beta \cot g \gamma + \text{tg } \omega \cot g \beta + \text{tg } \omega \cot g \gamma + 1 = \\ = \text{tg}^2 \omega \cot g \alpha \cot g \delta - \text{tg } \omega \cot g \alpha - \text{tg } \omega \cot g \delta + 1 \end{aligned}$$

de donde, finalmente:

$$\text{tg } \omega = \frac{\cot g \alpha + \cot g \beta + \cot g \gamma + \cot g \delta}{\cot g \alpha \cot g \delta - \cot g \beta \cot g \gamma}$$

Una vez calculado ω , podemos obtener el acimut de la alineación formada por las estaciones I_1 e I_2 a partir del acimut medido en el exterior $\theta_H^{H'}$.

c) Empleo de tres plomadas.- Las tres plomadas se sitúan alineadas y equidistantes. Esto se consigue haciendo pasar los hilos por agujeros calibrados realizados en una vigueta metálica. Se estaciona en I , situado a una distancia de H' que sea el doble aproximadamente de la distancia entre hilos (figura 12.9). Como en los casos anteriores, el problema queda resuelto calculando α , ya que:

$$\omega = \gamma + \delta - \alpha$$

y los ángulos β , γ y δ se miden con el instrumento topográfico al estacionar en I y visar a los tres hilos.

En el triángulo $IH'H''$:

$$\frac{H'H''}{\text{sen } \gamma} = \frac{IH''}{\text{sen } (\alpha - \gamma)}$$

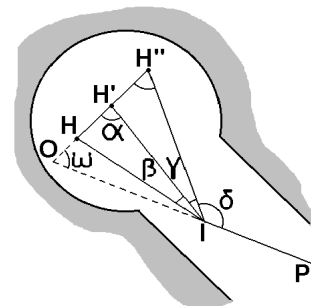


Fig. 12.9. Métodos mecánicos (4)

y en el IHH' :

$$\frac{HH'}{\sin \beta} = \frac{IH''}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Dividiendo las dos ecuaciones:

$$\frac{H'H'' \sin \beta}{HH' \sin \gamma} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \gamma)}$$

y como las plomadas son equidistantes $HH' = H'H''$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \gamma)}$$

de donde:

$$\sin \beta \sin(\alpha - \gamma) = \sin \gamma \sin(\alpha + \beta)$$

Desarrollando:

$$\sin \beta \sin \alpha \cos \gamma - \sin \beta \cos \alpha \sin \gamma = \sin \gamma \sin \alpha \cos \beta + \sin \gamma \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin \alpha (\sin \beta \cos \gamma - \sin \gamma \cos \beta) = \cos \alpha (\sin \gamma \sin \beta + \sin \gamma \sin \beta)$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \gamma \sin \beta + \sin \gamma \sin \beta}{\sin \beta \cos \gamma - \sin \gamma \cos \beta} \quad \text{tg } \alpha = \frac{2 \sin \gamma \sin \beta}{\sin(\beta - \gamma)}$$

12.3.5- Transmisión de orientación por métodos giroscópicos

El giróscopo es un aparato ideado por Foucault, en 1852, para demostrar que la dirección de la meridiana y la latitud de un lugar se pueden medir a partir de la rotación de un cuerpo en la superficie terrestre.

Consta de una masa M que gira a gran velocidad alrededor de un eje $A-A'$, sujeta por una suspensión cardán que permite que el eje pueda ocupar cualquier posición (figura 12.10). Si no existen fuerzas externas, el giro de M hace que el eje $A-A'$ se mantenga en una posición inalterable.

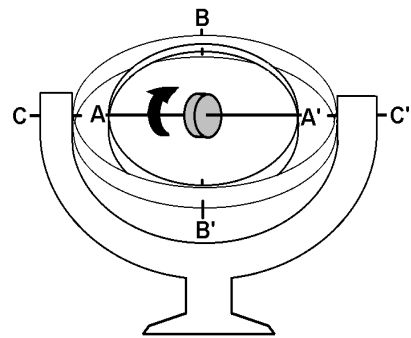


Fig. 12.10. Giróscopo

Pero al actuar también el movimiento de rotación de la Tierra, el eje $A-A'$ describe una superficie cónica (movimiento de precesión) alrededor de una paralela al eje de la Tierra trazada por el centro de M . Si se fuerza al eje $A-A'$ a mantenerse horizontal, el movimiento de precesión se transforma en una oscilación al

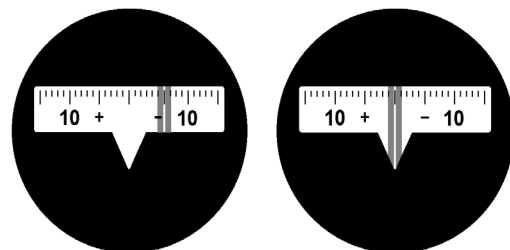


Fig. 12.11. Retículo de un giroteodolito

Este y al Oeste de la meridiana, lo que nos permitirá determinar la dirección de ésta. Esto se consigue suspendiendo un giro-motor (que gira a gran velocidad) de una cinta metálica, para que la gravedad lo obligue a mantenerse horizontal.

Los giróscopos van montados sobre un teodolito o una estación total y disponen de un ocular por el que se observa un retículo graduado (figura 12.11). Las oscilaciones pueden apreciarse en el retículo gracias a una señal luminosa que oscila con el giro-motor. Cada semioscilación dura unos 4 minutos, por lo que es posible seguirla, actuando sobre el tornillo de coincidencia del movimiento particular del teodolito, de forma que la señal luminosa se mantenga en el centro de la escala del retículo.

Antes de cambiar de sentido, la señal permanece parada unos segundos lo que nos permite anotar la lectura U_1 del limbo horizontal del teodolito. Repetimos la operación para la segunda semioscilación, obteniendo la segunda lectura U_2 . Para una orientación precisa, anotaremos un mínimo de dos oscilaciones completas (figura 12.12). Según Schuler, la posición de la meridiana se obtiene a partir de:

$$N_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{U_1 + U_3}{2} + U_2 \right)$$

$$N_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{U_2 + U_4}{2} + U_3 \right)$$

$$\dots$$

$$N = \frac{\sum N_i}{n}$$

N será la lectura del limbo acimutal que corresponde a la visual a la meridiana. Para referir la orientación al norte de la cuadrícula UTM será necesario calcular la convergencia (véase 5.3).

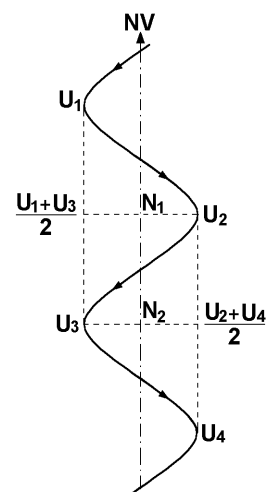


Fig. 12.12. Orientación con giroteodolito

Antes de comenzar la operación, el anteojo del teodolito debe estar orientado aproximadamente al Norte verdadero. Esto se consigue con una brújula (previamente declinada) o con alguno de los métodos de orientación rápidos (pero menos precisos) que permiten los giróscopos.

La precisión de este método está entre 10^s y 1^m .

12.4.- EJERCICIOS

12.4.1.- Para calcular la declinación de una brújula, se hizo estación en un vértice V (coordenadas 1.000 ; 1.000) y se visó a otro vértice W (coordenadas 1.500 ; 800). El rumbo leído fue $131,3^g$. A continuación se visó una alineación del interior de la mina, obteniendo un rumbo de $248,8^g$. Calcula el acimut de la alineación.

Las posiciones planimétricas relativas de los puntos V y W se ven en la figura adjunta. El acimut de la alineación que forman se calcula:

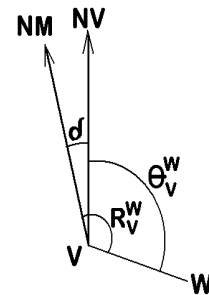
$$\theta_V^W = 100^\circ + \arctan \frac{|Y_W - Y_V|}{|X_W - X_V|} = 124,2^\circ$$

Para calcular la declinación magnética δ :

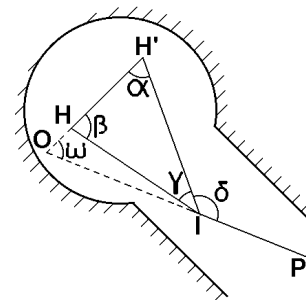
$$\delta = \theta_V^W - R_V^W = 124,2^\circ - 131,3^\circ = -7,1^\circ \rightarrow 7,1^\circ \text{ Oeste}$$

El acimut de la alineación interior será:

$$\theta = R + \delta = 248,8^\circ - 7,1^\circ = 241,7^\circ$$



12.4.2.- Se ha medido en exterior el acimut del plano formado por los hilos de dos plomadas tendidas a lo largo de un pozo: $\theta_H^{H'} = 40,362^\circ$. A continuación se hace estación en el punto interior I, midiendo los ángulos $\gamma = 29,562^\circ$ y $\delta = 156,697^\circ$. Se midieron también la distancia entre hilos ($D_{HH'} = 4\text{m}$) y la distancia entre el punto de estación y el primero de los hilos ($D_{IH} = 7,5\text{m}$). Calcula el acimut de la alineación I-P de la figura.



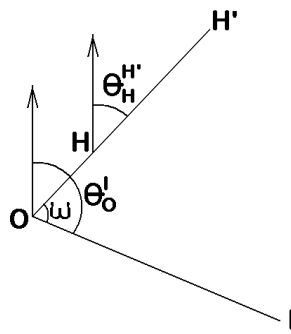
Las expresiones a emplear figuran en el apartado 12.3.4 (a):

$$\sin \alpha = \frac{D_{IH}}{D_{HH'}} \sin \gamma$$

De donde:

$$\alpha = 63,456^\circ$$

$$\omega = \delta - \alpha = 93,241^\circ$$



De la figura adjunta:

$$\theta_O^I = \theta_I^P = \theta_H^{H'} + \omega = 133,603^\circ$$

12.4.3.- Para determinar la orientación de la alineación formada por las estaciones I_1 e I_2 , situadas en el interior de la mina, se estacionó en ambas y se midieron los ángulos:

$$\alpha = 19,372^\circ$$

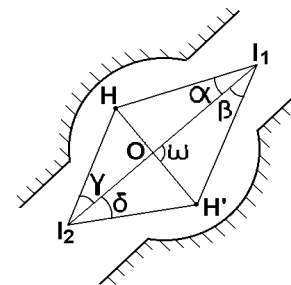
$$\beta = 28,762^\circ$$

$$\gamma = 23,678^\circ$$

$$\delta = 32,467^\circ$$

Se determinó en el exterior el acimut $\theta_H^{H'} = 172,829^\circ$.

Calcula el acimut de la alineación formada por las dos estaciones de interior.

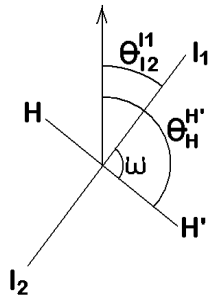


Las expresiones a emplear figuran en el apartado 12.3.4 (b):

$$\tan \omega = \frac{\cot \alpha + \cot \beta + \cot \gamma + \cot \delta}{\cot \alpha \cot \delta - \cot \beta \cot \gamma} = 23,402$$

$$\omega = 97,281^\circ$$

En la figura:



$$\theta_{I2}^{I1} = \theta_H^{H'} - \omega = 75,548^g$$

$$\theta_{I1}^{I2} = \theta_{I2}^{I1} \pm 200^g = 275,548^g$$

13. ROMPIMIENTOS MINEROS

13.1.- INTRODUCCIÓN

Se denomina *rompimiento minero* a la operación consistente en comunicar dos puntos determinados, pertenecientes a labores de interior ya existentes en la mina, por medio de una nueva labor. Las características del rompimiento dependerán de las posiciones relativas de los dos puntos a comunicar. Además, es frecuente que el rompimiento deba cumplir determinadas condiciones impuestas de antemano.

Dependiendo de las posiciones de los puntos, una nueva labor recta puede ser horizontal, vertical o inclinada:

- En el primer caso, se trata de comunicar puntos situados en el mismo plano horizontal mediante una galería.
- En el segundo, se trata de puntos situados en la misma línea vertical, que se comunicarán mediante un pozo o una chimenea.
- Cuando los puntos no están situados en el mismo plano horizontal ni en la misma línea vertical, la comunicación se hará por una rampa o una chimenea inclinada.

Por otra parte, las condiciones impuestas supondrán que el rompimiento pueda resolverse mediante una labor recta (horizontal, vertical o inclinada) o que haya que emplear curvas (circulares o de otro tipo) que pueden estar contenidas en un plano horizontal o tener una determinada inclinación.

La nueva labor puede acometerse por uno de sus extremos (ataque) o por los dos simultáneamente (ataque y contraataque). A veces se emplean también puntos de ataque intermedios.

El cálculo de un rompimiento supone determinar, en función de las coordenadas de los extremos y del tipo de trazado (recto o curvo), la longitud, la orientación, la inclinación, etc. del eje de la labor a perforar.

Los trabajos necesarios se pueden dividir en tres fases:

- Trabajos de campo.- Consisten en realizar el levantamiento topográfico (si no se hubiera hecho previamente) necesario para determinar, con la mayor precisión posible, las coordenadas de los puntos extremos y las de todos los puntos auxiliares que nos servirán para el replanteo.
- Trabajo de gabinete.- Cálculo del rompimiento: orientación, longitud, inclinación, etc. Si se trata de una labor en curva, habrá que calcular las características de ésta: radio de curvatura, puntos de entrada y de salida,

tangentes, etc. Si el ataque se va a realizar desde dos o más puntos, habrá que realizar los cálculos correspondientes a cada uno de ellos.

- **Replanteo.-** Consiste en realizar el marcaje y el seguimiento de la labor, a medida que ésta se excava, para guiarla adecuadamente. El replanteo se adaptará al ritmo de avance de la excavación para evitar desviaciones que, frecuentemente, son difíciles de corregir.

La primera fase, trabajo de campo, se desarrolla aplicando los métodos topográficos de interior que se han explicado en los capítulos precedentes.

13.2.- ROMPIMIENTOS EN POZOS

Es el caso de la perforación de un pozo vertical, para el acceso o la extracción de mineral y estéril, o de la reprofundización de un pozo, para alcanzar zonas más profundas del criadero.

La labor topográfica no se limita a proporcionar los elementos de dirección de la excavación y de seguimiento de la misma. También se ocupa de dirigir al equipo que ha de colocar las guías y raíles sobre las que se mueven las jaulas o los skips de extracción, las tuberías de agua y aire comprimido, los cables eléctricos, etc.

Además, conviene realizar un levantamiento geológico del terreno atravesado por el pozo en su avance, que será de gran interés para la planificación minera.

13.2.1.- Cálculo del rompimiento

Cuando se trata de un pozo nuevo, o de la reprofundización de uno antiguo que no está en uso, el cálculo resulta muy sencillo. Las coordenadas planas (X e Y) de los extremos del pozo coinciden y la profundidad será la diferencia entre la coordenada Z del punto inicial y la del punto final del mismo.

Si se trata de reprofundizar un pozo en el que no se puede interrumpir la marcha normal, habrá que proyectar y excavar labores auxiliares. En el ejemplo de la figura 13.1, se excava una pequeña galería horizontal (travesía) y, en su extremo, un pocillo auxiliar. Desde el fondo de éste, se excava una nueva travesía que nos lleva debajo del fondo del pozo antiguo, dejando un macizo de protección. A partir de aquí se inicia el avance, eliminando el macizo de roca cuando sea preciso.

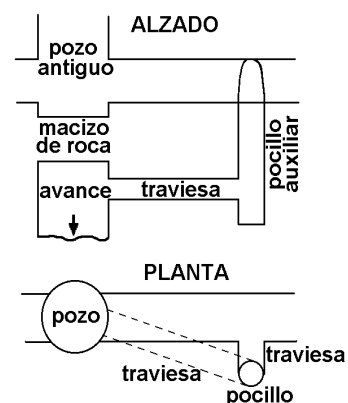


Fig. 13.1. Reprofundización de pozos

Los cálculos a realizar, en este caso, corresponden al rompimiento en línea recta y se verán en los apartados siguientes.

13.2.2.- Replanteo de pozos

La entibación definitiva del pozo se va realizando a medida que este avanza. Por tanto, no será fácil corregir la dirección si ésta no ha sido bien guiada. Esto nos obliga a replantear la dirección del pozo de manera muy precisa desde el primer momento.

Métodos mecánicos: El replanteo se realiza mediante plomadas similares a las empleadas para transmitir la orientación a lo largo del pozo. Como sabemos, los lastres se pueden sumergir en agua o aceite para amortiguar rápidamente las oscilaciones de las plomadas.

a) Pozos estrechos.- Para pozos cuya mayor dimensión es inferior a 3 metros se cuelgan dos plomadas H y H' cuyos hilos se sitúan a una distancia entre 10 y 30cm de la pared del pozo (figura 13.2).

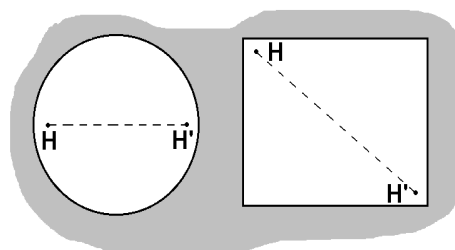


Fig. 13.2. Replanteo de pozos (1)

La orientación del plano de las plomadas se determina en el exterior, en caso necesario, para transmitir la orientación. En pozos circulares, las plomadas se sitúan según un diámetro. En pozos cuadrados o rectangulares, se sitúan según una de las diagonales. A partir de ellas, los operarios fijan la distancia a las paredes del pozo mediante calibres.

b) Pozos anchos.- Para pozos de mayor sección se cuelgan cuatro plomadas H , H' , I e I' . En pozos circulares se sitúan según dos diámetros perpendiculares entre sí y en pozos cuadrados o rectangulares se sitúan según las dos diagonales (figura 13.3). Los planos de las plomadas se orientan desde el exterior, si es necesario.

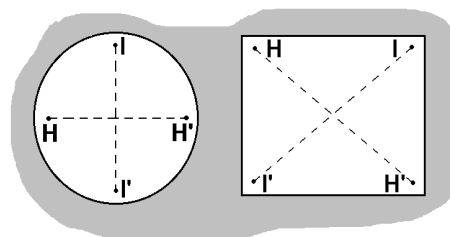


Fig. 13.3. Replanteo de pozos (2)

En todos los casos conviene levantar un corte geológico, representando los terrenos atravesados por el pozo y marcando todos los detalles relevantes. Se trata del plano vertical obtenido al desarrollar el cilindro constituido por las paredes del pozo y orientado gracias a la situación de las plomadas, que también se representan en él.

Métodos ópticos: También es posible emplear para el replanteo equipos capaces de señalar una dirección vertical, como los anteojos cenit-nadir o los equipos láser.

Se sitúan centrados en el borde del pozo, sobre una estructura estable, y tienen la ventaja de que no interrumpen los trabajos de perforación y de entibado. Como sabemos, su precisión depende de la puesta en estación y su alcance es limitado, por lo que sólo pueden emplearse en pozos de poca profundidad.

13.3.- ROMPIMIENTOS EN LÍNEA RECTA

Se trata de comunicar dos puntos, cuyas coordenadas se conocen de antemano, por una labor cuyo eje es una línea recta y que puede ser horizontal, si los dos puntos tienen la misma altitud, o inclinada.

13.3.1.- Cálculo del rompimiento

Para poder guiar la excavación de la nueva labor, necesitamos calcular su orientación, la longitud a perforar y la pendiente.

Supongamos dos puntos A y B que serán los extremos de una galería recta que pretendemos excavar (figura 13.4). Conocemos las coordenadas (X_A, Y_A, Z_A) (X_B, Y_B, Z_B) de ambos puntos. Si el ataque se va a realizar desde A , necesitamos conocer la orientación de la alineación $A-B$ para poder guiar la perforación. En el caso de la figura:

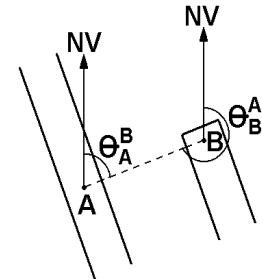


Fig. 13.4. Galería recta (1)

$$\theta_A^B = \arctg \frac{|X_B - X_A|}{|Y_B - Y_A|}$$

Si el ataque se realiza desde B :

$$\theta_B^A = 200^g + \arctg \frac{|X_B - X_A|}{|Y_B - Y_A|} = \theta_A^B \pm 200^g$$

La longitud de la nueva labor, en distancia natural, será:

$$D_N = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2}$$

Normalmente necesitaremos conocer la correspondiente distancia reducida:

$$D_R = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

El desnivel entre los puntos A y B viene dado por la diferencia de sus coordenadas Z . Hay que tener en cuenta que si los dos puntos tienen distinta altitud, la labor tendrá una cierta inclinación, ascendente o descendente, cuyo signo hay que indicar claramente para evitar errores. Si el ataque se realiza desde A , la pendiente de la labor vendrá dada por:

$$p = \frac{Z_B - Z_A}{D_R}$$

que tendrá signo positivo si la labor es ascendente y negativo en caso contrario.

En ocasiones se precisa enlazar dos galerías, continuando la excavación desde B y de manera que la longitud excavada desde A sea la menor posible. Esto

supone que la labor A-C ha de ser perpendicular a la B-C. En el caso de la figura 13.5, será:

$$\theta_A^C = \theta_C^A \pm 200^g$$

$$\theta_C^A = \theta_C^B + 100^g$$

ya que las dos labores a excavar han de ser perpendiculares. Como el acimut de la galería B-C es conocido, calculamos la orientación de la labor A-C.

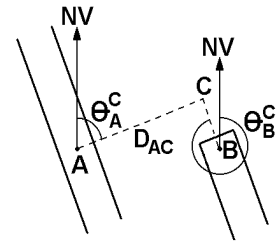


Fig. 13.5. Galería recta (2)

Para calcular las longitudes a perforar haremos:

$$X_C = X_A + D_{AC} \operatorname{sen} \theta_A^C = X_B + D_{BC} \operatorname{sen} \theta_B^C \quad (1)$$

$$Y_C = Y_A + D_{AC} \cos \theta_A^C = Y_B + D_{BC} \cos \theta_B^C \quad (2)$$

De la igualdad (1):

$$D_{AC} = \frac{X_B - X_A + D_{BC} \operatorname{sen} \theta_B^C}{\operatorname{sen} \theta_A^C}$$

Sustituyendo D_{AC} en (2) tenemos:

$$Y_A - Y_B + (X_B - X_A + D_{BC} \operatorname{sen} \theta_B^C) \frac{\cos \theta_A^C}{\operatorname{sen} \theta_A^C} = D_{BC} \cos \theta_B^C$$

$$Y_A - Y_B + (X_B - X_A) \cot g \theta_A^C = D_{BC} (\cos \theta_B^C - \cot g \theta_A^C \operatorname{sen} \theta_B^C)$$

y finalmente:

$$D_{BC} = \frac{Y_A - Y_B + (X_B - X_A) \cot g \theta_A^C}{\cos \theta_B^C - \cot g \theta_A^C \operatorname{sen} \theta_B^C}$$

que nos permite calcular D_{BC} y las coordenadas de C. A partir de éstas y de las de A se puede calcular la distancia D_{AC} . Las distancias que aparecen en las expresiones anteriores son distancias reducidas.

13.3.2.- Replanteo de labores en línea recta

Una vez completados los cálculos del rompimiento se realiza el replanteo de la labor desde el punto o puntos de ataque. El replanteo consiste en marcar sobre el terreno los elementos necesarios para iniciar la excavación y para realizar el seguimiento de la misma. El espacio disponible al iniciar la labor suele ser reducido, por lo que a veces es recomendable hacer un replanteo provisional que luego se va afinando, a medida que avanza la labor.

Estacionamos en el punto conocido A y, con apoyo de un punto auxiliar P también conocido, orientamos el instrumento topográfico y visamos en la dirección de la futura labor A-B, cuyo acimut hemos calculado. Actuando únicamente sobre el movimiento de cabeceo del anteojo, señalamos los puntos A' y A'', que forman parte

de la alineación, en los hastiales o en el techo (figura 13.6). La excavación deberá seguir la dirección señalada.

Para reducir errores conviene lanzar dos visuales a cada punto, una con el anteojo en posición normal y otra con el anteojo en posición invertida (tras aplicar la regla de Bessel). Si existe una pequeña descorrección en el instrumento obtendremos dos lecturas ligeramente distintas, de las que tomaremos el valor intermedio.

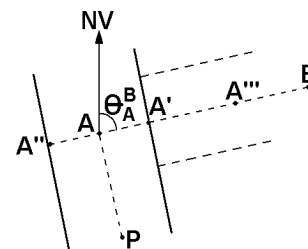


Fig. 13.6. Replanteo de galería recta

Cuando la labor ha avanzado algunos metros se repite la operación, señalando nuevos puntos como el A'''. La operación se simplifica considerablemente utilizando oculares láser.

Para replantear la inclinación se marcan puntos en el techo o en los hastiales de la labor. Una forma de hacerlo es marcar cuatro puntos en los hastiales, situados 1 metro por encima de la posición teórica del piso. Uniéndolos con cuerdas se puede materializar un plano (rasante sobreelevada, figura 13.7) con la inclinación prevista para el piso de la labor y situado 1 metro por encima de éste.

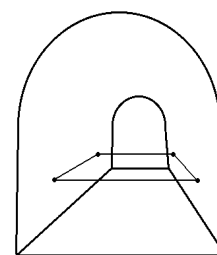


Fig. 13.7. Rasante sobreelevada

La dirección y la inclinación de la labor deben verificarse cada cierta distancia, para corregir posibles desviaciones. Si la precisión en altimetría ha de ser grande, conviene hacerlo utilizando un nivel.

13.4.- ROMPIMIENTOS EN CURVA

En ocasiones los rompimientos se resuelven mediante líneas curvas, que deben cumplir determinadas condiciones. Estas condiciones dependerán de las posiciones de los puntos a comunicar, pero también del uso que se vaya a dar a la nueva labor. Los radios de curvatura, por ejemplo, vendrán determinados por las características de la maquinaria que vaya a circular por ella. La curva puede estar contenida en un plano horizontal o tener también un desarrollo vertical y, en este caso, la pendiente máxima estará condicionada por las limitaciones impuestas por el transporte.

13.4.1.- Curvas circulares

Supongamos que queremos comunicar dos galerías $a-a'$ y $b-b'$ con una curva circular de radio R , impuesto por el proyecto, y tangente a ambas (figura 13.8). Vamos a suponer, además, que las galerías se sitúan en el mismo plano horizontal.

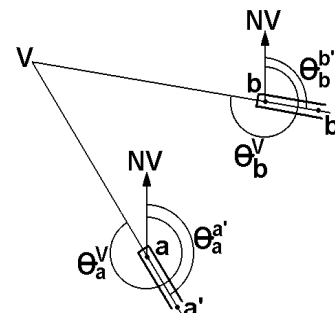


Fig. 13.8. Curva circular (1)

En primer lugar calculamos las coordenadas planas del punto V,

intersección de las prolongaciones de las dos galerías. Para ello:

$$\theta_a^V = \theta_a^{a'} \pm 200^g$$

$$\theta_b^V = \theta_b^{b''} \pm 200^g$$

Las coordenadas de a y b son conocidas. Procediendo como en 13.3.1.:

$$X_V = X_a + D_{aV} \text{ sen } \theta_a^V = X_b + D_{bV} \text{ sen } \theta_b^V$$

$$Y_V = Y_a + D_{aV} \cos \theta_a^V = Y_b + D_{bV} \cos \theta_b^V$$

de donde:

$$D_{bV} = \frac{Y_a - Y_b + (X_b - X_a) \cot g \theta_a^V}{\cos \theta_b^V - \cot g \theta_a^V \text{ sen } \theta_b^V}$$

Con la distancia D_{bV} y el acimut θ_b^V calculamos las coordenadas del punto V .

Para calcular las coordenadas de A y B , puntos de entrada y salida de la curva circular, calculamos primero la tangente T . En el caso de la figura:

$$\beta = \theta_a^V - \theta_b^V$$

$$T = D_{VA} = D_{VB} = R \cot g \frac{\beta}{2}$$

$$\theta_V^A = \theta_a^V \quad \theta_V^B = \theta_b^V$$

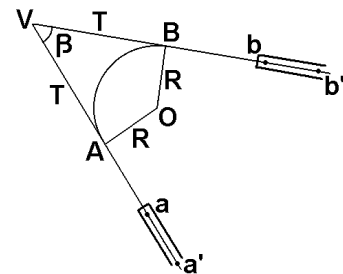


Fig. 13.9. Curva circular (2)

Con las distancias y los acimutes se calculan las coordenadas de A y B a partir de las de V (figura 13.9).

Como los radios son perpendiculares a las tangentes, tendremos:

$$\theta_B^O = \theta_b^V \pm 100^g$$

siendo O el centro de curvatura. La distancia entre O y B es el radio R . Por tanto:

$$X_O = X_B + R \text{ sen } \theta_B^O$$

$$Y_O = Y_B + R \cos \theta_B^O$$

Con estas coordenadas y las de A calculamos el θ_A^O y la distancia reducida, comprobando que coincide con el radio R .

Dando valores al ángulo γ de la figura calculamos las coordenadas de puntos P que pertenecen a la alineación curva (figura 13.10):

$$\theta_O^P = \theta_O^A \pm \gamma$$

$$X_P = X_O + R \text{ sen } \theta_O^P$$

$$Y_P = Y_O + R \cos \theta_O^P$$

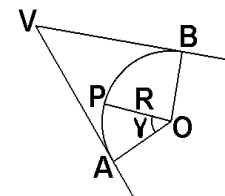


Fig. 13.10. Replanteo de curvas

Estas coordenadas se pueden emplear para replantear puntos de la curva desde los puntos de entrada *A* y salida *B* o desde cualquier otro punto conocido.

También podemos emplear los siguientes métodos:

Polígonos circunscritos.- Estacionamos un instrumento topográfico en el punto de entrada de la curva y prolongamos la tangente de entrada hasta un punto *E*, próximo al hastial pero que permita estacionar de nuevo el instrumento. Calculamos la distancia reducida D_{AE} y determinamos el valor del ángulo γ (figura 13.11):

$$\gamma = \arctan \frac{D_{AE}}{R}$$

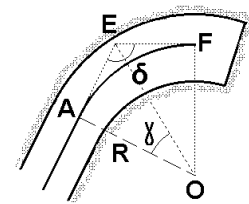


Fig. 13.11. Polígonos circunscritos

A continuación estacionamos en *E* y calculamos el ángulo δ , que viene dado por:

$$\delta = 200^g - 2\gamma$$

y, visando en esa dirección, llevamos la distancia $D_{AE} = D_{EF}$ y obtenemos el punto *F*, que forma parte de la curva. Para el siguiente punto, estacionamos en *F*, prolongamos la alineación *E-F* y repetimos la operación anterior.

Polígonos inscritos.- Con este método todos los puntos de estación son puntos de la curva a replantear. Para aplicarlo, adoptamos una longitud de cuerda apropiada *l*, que podamos medir fácilmente, y calculamos el ángulo γ correspondiente mediante (figura 13.12):

$$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{l}{2R}$$

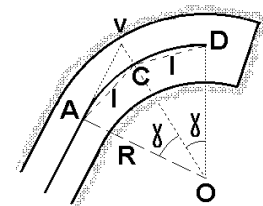


Fig. 13.12. Polígonos inscritos

Estacionamos en el punto de entrada *A* y determinamos la dirección de la visual al punto *C*, de manera que sea:

$$\angle \hat{A}C = \frac{\gamma}{2}$$

En esta dirección llevamos la longitud *l* y obtenemos el punto *C*. A continuación se estaciona en *C* y, para determinar la dirección del siguiente punto de la curva, *D*, materializamos el ángulo:

$$\angle \hat{A}CD = 200^g - \gamma$$

Sobre esta dirección llevamos la longitud *l* y obtenemos el punto *D*. Repetimos el procedimiento para obtener más puntos de la curva.

13.4.2.- Curvas circulares compuestas

Si las condiciones del rompimiento imponen los dos puntos de tangencia A y B y estos no equidistan de V , el enlace no puede resolverse mediante una curva circular pero sí mediante dos o más curvas de radios distintos.

Supongamos dos galerías $A-a$ y $B-b$ contenidas en el mismo plano horizontal y donde conocemos las coordenadas de los puntos A y B , impuestas por el proyecto (figura 13.13). El enlace con dos curvas circulares tiene infinitas soluciones y, para elegir una de ellas, fijaremos un valor arbitrario para el radio R_2 , adaptado a las limitaciones del trazado.

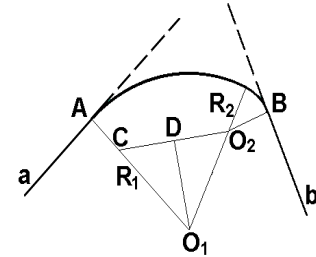


Fig. 13.13. Curvas circulares compuestas

Calculamos las coordenadas planas del centro de curvatura O_2 a partir de las de B , teniendo en cuenta que:

$$\theta_B^{O_2} = \theta_B^b \pm 100^g$$

ya que el radio y la tangente son perpendiculares, y que la distancia D_{BO_2} es igual al radio R_2 elegido.

Calculamos las coordenadas del punto C de la figura, de forma que la distancia D_{AC} coincida con el radio R_2 . El acimut será:

$$\theta_A^C = \theta_A^a \pm 100^g$$

Calculamos las coordenadas del punto D , promediando las de C y O_2 . Resolvemos el triángulo CDO_1 , calculando la distancia D_{CD} a partir de las coordenadas de C y D . El ángulo en C se calcula:

$$\widehat{DCO_1} = \theta_A^C - \theta_C^D$$

Calculamos el radio R_1 :

$$R_1 = R_2 + D_{CO_1}$$

A partir de aquí resulta sencillo calcular las coordenadas del segundo centro de curvatura O_1 y todos los datos necesarios para calcular el rompimiento y realizar su replanteo.

13.4.3.- Curvas parabólicas

Esta curva permite enlazar dos puntos A y B en el caso de que las tangentes sean distintas. Para replantear puntos del eje por coordenadas, vamos a aplicar las propiedades geométricas de la parábola (figura 13.14).

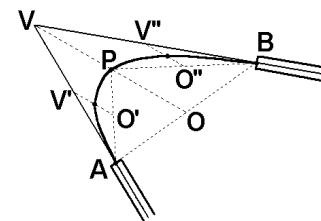


Fig. 13.14. Curvas parabólicas (1)

En primer lugar calculamos las coordenadas de V como en los casos anteriores. Promediando las coordenadas planas de A y B obtenemos las del centro O .

$$X_O = \frac{X_A + X_B}{2} \quad Y_O = \frac{Y_A + Y_B}{2}$$

Obtendremos las coordenadas de un punto P de la parábola promediando estas coordenadas con las de V :

$$X_P = \frac{X_O + X_V}{2} \quad Y_P = \frac{Y_O + Y_V}{2}$$

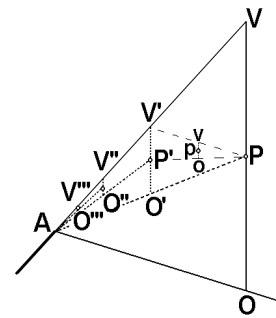


Fig. 13.15. Curvas parabólicas (2)

Para calcular otro punto P' , intermedio entre A y P , actuamos como si estos fuesen los dos puntos extremos de la curva (figura 13.15). Calculamos el nuevo vértice V' promediando las coordenadas de A y V y el nuevo centro O' promediando las de A y P : El punto P' se calcula:

$$X_{P'} = \frac{X_{O'} + X_{V'}}{2} \quad Y_{P'} = \frac{Y_{O'} + Y_{V'}}{2}$$

El punto p intermedio entre P y P' se puede calcular promediando las coordenadas de P y V' , para obtener el nuevo vértice v , y promediando las de P y P' para obtener las del nuevo centro o .

Por este método podemos calcular las coordenadas de tantos puntos como sea necesario, a ambos del punto central P . Conocidas las coordenadas de los puntos, el replanteo puede realizarse como en los casos anteriores.

13.4.4.- Curvas helicoidales cilíndricas

Se trata de enlaces por curvas cuya proyección horizontal es un arco de circunferencia y que comunican dos puntos A y B situados a distinta altitud. Es un caso frecuente en explotaciones con acceso al subsuelo por una rampa, por la que deben circular vehículos automotores. En ocasiones la labor puede suponer uno o varios giros completos.

El cálculo y el replanteo, en planimetría, se desarrolla como en las curvas circulares horizontales. Se entiende que los parámetros de la curva circular que hemos calculado corresponden a la proyección horizontal de la curva helicoidal que, como hemos dicho, será un arco de circunferencia (figura 13.16).

Pero como los puntos extremos del rompimiento, A y B , no están a la misma cota, la nueva labor no será horizontal sino inclinada. Llamando α al ángulo en O formado por las proyecciones horizontales de los radios de A y de B , la longitud reducida del tramo curvo será:

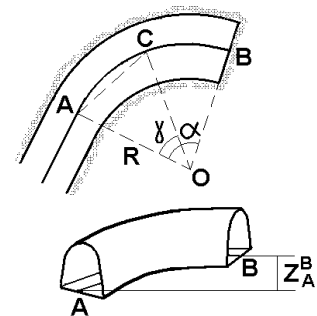


Fig. 13.16. Curvas helicoidales

$$L = \frac{2\pi R\alpha}{400^g}$$

Si la pendiente de la curva es constante, podemos calcularla mediante:

$$p = \frac{Z_B - Z_A}{L}$$

pero no es p la pendiente que vamos a emplear para el replanteo, ya que éste se realiza siguiendo tramos rectos. En el caso de la figura 13.16, la longitud del arco de circunferencia entre A y el punto C, será:

$$L_{AC} = \frac{2\pi R\gamma}{400^g}$$

y, por tanto, la altitud de C se calcula:

$$Z_C = Z_A + p L_{AC} = Z_A + p \frac{2\pi R\gamma}{400^g}$$

y si l es la longitud reducida del tramo recto A-C, éste tendrá una pendiente:

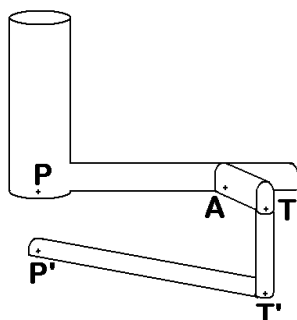
$$p' = \frac{Z_C - Z_A}{l}$$

distinta de la pendiente p correspondiente a la curva. Esta pendiente p' es la que vamos a emplear para replantear la inclinación del rompimiento.

13.5.- EJERCICIOS

13.5.1.- Sea P (100 ; 100 ; 100) el punto central del fondo de un pozo que se pretende reprofundizar, dejando un macizo de protección. Del fondo del pozo parte una galería horizontal P-A, de acimut 55^g . Desde el punto A, situado a 20m de P, se excavará una traviesa de 5m, de orientación 155^g . Desde el punto final de ésta se excavará un pocillo de 10m de profundidad y, finalmente, del fondo del pocillo partirá otra galería horizontal en dirección al centro del pozo. Calcula las coordenadas de los dos extremos de esta última labor y su orientación.

Sea P el punto central del fondo del pozo, A y T los puntos extremos de la traviesa, T' el punto central del fondo del pocillo y P' el punto final de la galería trazada desde T' en dirección al centro del pozo. Se trata del caso descrito en 13.2.1. Calcularemos sucesivamente las coordenadas de los puntos hasta llegar a T' y P' .



Coordenadas de P:

$$X_P = 100,000 \quad Y_P = 100,000 \quad Z_P = 100,000$$

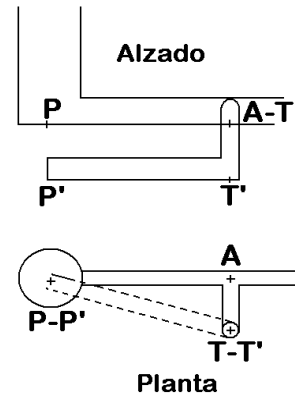
Coordenadas de A:

$$D_{PA} = 20m \quad \theta_P^A = 55^g$$

$$\begin{aligned}
 X_A &= X_P + D_{PA} \operatorname{sen} \theta_P^A = 115,208m \\
 Y_A &= Y_P + D_{PA} \cos \theta_P^A = 112,989m \\
 Z_A &= Z_P = 100,000m
 \end{aligned}$$

Coordenadas de T:

$$\begin{aligned}
 D_{AT} &= 5m & \theta_A^T &= 155^\circ \\
 X_T &= X_A + D_{AT} \operatorname{sen} \theta_A^T = 118,455m \\
 Y_T &= Y_A + D_{AT} \cos \theta_A^T = 109,187m \\
 Z_T &= Z_A = 100,000m
 \end{aligned}$$



Las coordenadas de T' coinciden con las de T , salvo la Z , que será:

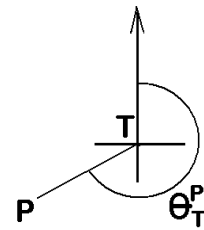
$$Z_{T'} = Z_T - 10m = 90,000m$$

Las coordenadas de P' coinciden con las de P , salvo la Z , que será:

$$Z_{P'} = Z_P - 10m = 90,000m$$

Para calcular la orientación de la labor $T'-P'$ se sitúan los dos puntos en un croquis en función de sus coordenadas planas X e Y . De la figura:

$$\theta_{T'}^{P'} = \theta_T^P = 200^\circ + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{|X_P - X_T|}{|Y_P - Y_T|} = 270,595^\circ$$



13.5.2.- Desde un punto A (1.000 ; 1.000 ; 100) de la superficie se ha excavado un pozo vertical de 50m de profundidad. Del extremo inferior B de este pozo parte una galería horizontal, en dirección S-30°-O, de 30m de longitud. Esta galería acaba en una chimenea, con la misma orientación, inclinada 5° respecto a la vertical y con una longitud de 5m. Calcula las coordenadas del extremo inferior B del pozo, del extremo C de la galería y del fondo D de la chimenea.

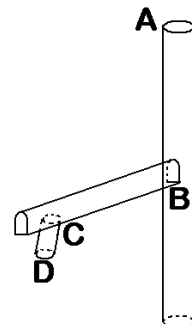
Coordenadas de A:

$$X_A = 1.000m \quad Y_A = 1.000m \quad Z_A = 100m$$

Coordenadas de B:

Como el pozo es vertical,

$$\begin{aligned}
 X_B &= X_A & Y_B &= Y_A & Z_B &= Z_A - 50 = 50m \\
 X_B &= 1.000m & Y_B &= 1.000m & Z_B &= 50m
 \end{aligned}$$



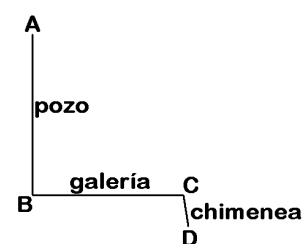
Coordenadas de C. La distancia reducida entre B y C, D_{BC} , es la longitud de la galería (30m), ya que ésta es horizontal:

$$\theta_B^C = S - 30^\circ - O = 230^\circ$$

$$X_C = X_B + D_{BC} \operatorname{sen} \theta_B^C = 986,380m$$

$$Y_C = X_B + D_{BC} \cos \theta_B^C = 973,270m$$

$$Z_C = Z_B = 50m, \text{ ya que la galería es horizontal}$$



Coordenadas de D . De la figura se deduce que:

Distancia reducida $D_{CD} = l \sin 5^\circ = 0,392m$

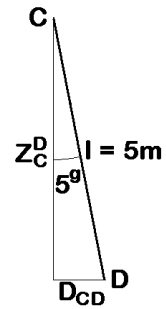
Desnivel $Z_C^D = -l \cos 5^\circ = -4,985m$

Además, sabemos que: $\theta_C^D = \theta_B^C = 230^\circ$

$$X_D = X_C + D_{CD} \sin \theta_C^D = 986,202m$$

$$Y_D = Y_C + D_{CD} \cos \theta_C^D = 972,920m$$

$$Z_D = Z_C + Z_C^D = 45,015m$$



13.5.3.- De un pozo vertical parten dos galerías. La primera empieza a 30m de profundidad, tiene una longitud de 20m y una pendiente ascendente del 2% y su orientación (acimut) es de 40° . La segunda empieza a 50m de profundidad, tiene una longitud de 25m y una pendiente descendente del 3% y su orientación es de 45° . Si se quisieran conectar los extremos de las dos galerías, calcula la inclinación, la orientación y la longitud de la labor a perforar.

Vamos a suponer que las coordenadas del punto inicial de la primera galería son:

$$X_{I1} = 0 \quad Y_{I1} = 0 \quad Z_{I1} = 0$$

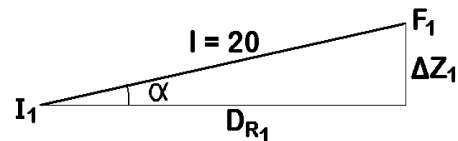
Si llamamos p_1 a la pendiente de la primera galería, de la figura se deduce que:

$$p_1 = \tan \alpha = 2\% = 0,02$$

$$\alpha = \arctan 0,02 = 1,273^\circ$$

$$D_{R1} = l \cos \alpha = 19,996m$$

$$\Delta Z_1 = l \sin \alpha = 0,400m$$



Conocido el acimut de la primera galería, las coordenadas del punto final $F1$ de ésta se calculan:

$$X_{F1} = X_{I1} + D_{R1} \sin \theta_{I1}^{F1} = 11,753m$$

$$Y_{F1} = Y_{I1} + D_{R1} \cos \theta_{I1}^{F1} = 16,177m$$

$$Z_{F1} = Z_{I1} + \Delta Z_1 = 0,400m$$

Las coordenadas planas (X e Y) del punto inicial $I2$ de la segunda galería coinciden con las de $I1$. Respecto a la coordenada Z , como la primera galería empieza a 30m de profundidad y la segunda a 50m, tenemos:

$$X_{I2} = 0 \quad Y_{I2} = 0 \quad Z_{I2} = 30 - 50 = -20m$$

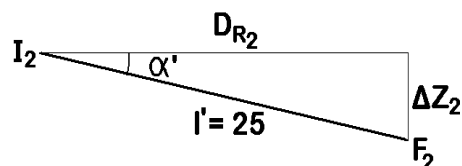
Si llamamos p_2 a la pendiente de la segunda galería, de la figura se deduce que:

$$p_2 = \tan \alpha' = 3\% = 0,03$$

$$\alpha' = \arctan 0,03 = 1,909^\circ$$

$$D_{R2} = l' \cos \alpha' = 24,989m$$

$$\Delta Z_2 = -l' \sin \alpha' = -0,750m$$

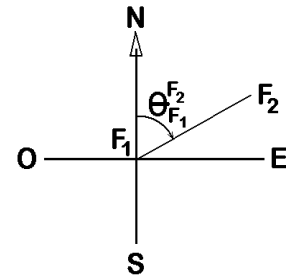


Conocido el acimut de la segunda galería, las coordenadas del punto final $F2$ de ésta se calculan:

$$X_{F2} = X_{I2} + D_{R2} \operatorname{sen} \theta_{I2}^{F2} = 16,229m$$

$$Y_{F2} = Y_{I1} + D_{R2} \cos \theta_{I2}^{F2} = 19,002m$$

$$Z_{F2} = Z_{I2} + \Delta Z_2 = -20,750m$$



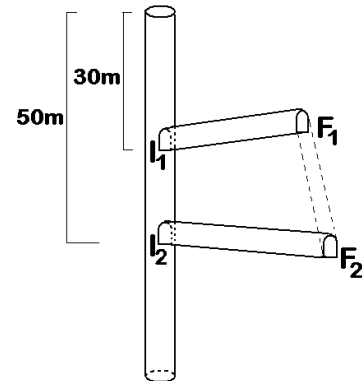
Para calcular la orientación de la labor que conectará los extremos de las dos galerías dibujamos en un croquis las posiciones relativas aproximadas de $F1$ y $F2$, según sus coordenadas planas. De la figura obtenida se deduce que:

$$\theta_{F1}^{F2} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{|X_{F2} - X_{F1}|}{|Y_{F2} - Y_{F1}|} = 64,158^\circ$$

Para calcular la longitud total a perforar (D_N) y la pendiente (p_3) hacemos:

$$D_N = \sqrt{(X_{F2} - X_{F1})^2 + (Y_{F2} - Y_{F1})^2 + (Z_{F2} - Z_{F1})^2} = 21,802m$$

$$D_R = \sqrt{(X_{F2} - X_{F1})^2 + (Y_{F2} - Y_{F1})^2} = 5,293m$$



Siendo D_R la distancia reducida entre los puntos $F1$ y $F2$ y D_N la distancia natural entre ellos, que será la longitud a perforar. Para calcular la pendiente hacemos:

$$Z_{F1}^{F2} = Z_{F2} - Z_{F1} = -21,150m$$

$$p_3 = \frac{Z_{F1}^{F2}}{D_R} = -4,000$$

13.5.4.- Desde un punto A, de coordenadas planas (80 ; 170) se va a trazar una galería horizontal, perpendicular a otra galería que pasa por B (100 ; 100) y tiene un acimut de 25° . Calcula las coordenadas del punto C de intersección de las dos galerías, la orientación de la labor a excavar y su longitud.

Es uno de los casos descritos en 13.3.1.

$$\theta_B^C = 25^\circ \quad \theta_C^B = \theta_B^C \pm 200^\circ = 225^\circ$$

Como la galería A-C es perpendicular a la B-C:

$$\theta_C^A = \theta_C^B + 100^\circ = 325^\circ \quad \theta_A^C = \theta_C^A \pm 200^\circ = 125^\circ$$

Para calcular las coordenadas de C se plantea un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

$$X_C = X_A + D_{AC} \operatorname{sen} \theta_A^C = X_B + D_{BC} \operatorname{sen} \theta_B^C$$

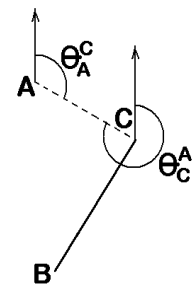
$$Y_C = Y_A + D_{AC} \cos \theta_A^C = Y_B + D_{BC} \cos \theta_B^C$$

Las incógnitas son las dos distancias D_{AC} y D_{BC} . Resolviendo el sistema:

$$D_{AC} = 45,265m$$

$$D_{BC} = 57,018$$

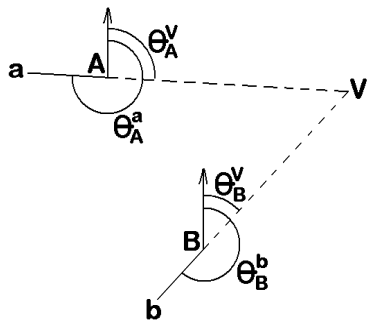
$$X_C = 121,820m$$



$$Y_C = 152,678m$$

La distancia D_{AC} es la longitud a perforar. La orientación será $\theta_A^C = 125^\circ$.

13.5.5.- Por el punto A (100 ; 100) pasa una galería de acimut $\theta_A^a = 310^\circ$ y por B (120 ; 30) pasa otra de acimut $\theta_B^b = 250^\circ$. Se desea enlazar las dos galerías con un tramo circular de radio 20m. Calcula las coordenadas de los puntos de tangencia, las del centro de curvatura y la longitud de la alineación curva.



Se trata del caso descrito en 13.4.1. Si V es el vértice de la curva circular, de la figura:

$$\begin{aligned}\theta_A^V &= \theta_A^a - 200^\circ = 110^\circ & \theta_B^V &= \theta_B^b - 200^\circ = 50^\circ \\ \theta_V^A &= \theta_A^V \pm 200^\circ = 310^\circ & \theta_V^B &= \theta_B^V \pm 200^\circ = 250^\circ\end{aligned}$$

Para calcular sus coordenadas resolvemos el sistema formado por las dos ecuaciones siguientes, cuyas incógnitas son las distancias D_{AV} y D_{BV} :

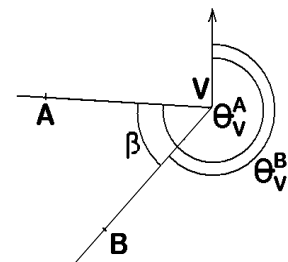
$$\begin{aligned}X_V &= X_A + D_{AV} \text{ sen } \theta_A^V = X_B + D_{BV} \text{ sen } \theta_B^V \\ Y_V &= Y_A + D_{AV} \cos \theta_A^V = Y_B + D_{BV} \cos \theta_B^V\end{aligned}$$

Resolviendo el sistema:

$$\begin{aligned}D_{BV} &= 81,592m \\ X_V &= 177,694m \\ Y_V &= 87,694m\end{aligned}$$

Sean A' y B' los puntos de entrada y de salida, respectivamente, de la curva y T la tangente, es decir la distancia entre uno de estos puntos y el vértice V. De la figura:

$$\begin{aligned}\beta &= \theta_V^A - \theta_V^B = 310^\circ - 250^\circ = 60^\circ \\ \alpha &= 200^\circ - \beta = 140^\circ\end{aligned}$$

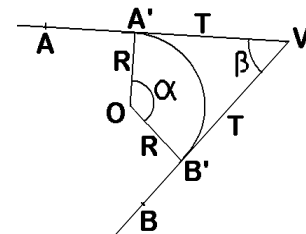


Para calcular la tangente T hacemos:

$$T = D_{VA'} = D_{VB'} = R \text{ tg } \alpha/2 = 39,252m$$

Las coordenadas planas de A' y de B' serán:

$$\begin{aligned}X_{A'} &= X_V + T \text{ sen } \theta_V^A = 138,925m \\ Y_{A'} &= Y_V + T \cos \theta_V^A = 93,834m \\ X_{B'} &= X_V + T \text{ sen } \theta_V^B = 149,939m \\ Y_{B'} &= Y_V + T \cos \theta_V^B = 59,939m\end{aligned}$$



Para calcular las coordenadas del centro O de la curva tenemos en cuenta que el radio y la tangente son perpendiculares. En la figura:

$$\theta_{A'O} = \theta_{A'}^A - 100^\circ = \theta_V^A - 100^\circ = 210^\circ \quad D_{A'O} = D_{B'O} = R$$

$$X_O = X_{A'} + R \operatorname{sen} \theta_{A'}^O = 135,796m$$

$$Y_O = Y_{A'} + R \cos \theta_{A'}^O = 74,080m$$

Conviene comprobar los resultados calculando también las coordenadas de O a partir de las del punto de salida B' :

$$X_O = X_{B'} + R \operatorname{sen} \theta_{B'}^O = 135,796m$$

$$Y_O = Y_{B'} + R \cos \theta_{B'}^O = 74,080m$$

Para calcular la longitud de la alineación curva hacemos:

$$l_C = \frac{2 \pi R \alpha}{400} = 43,982m$$

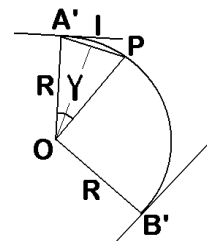
13.5.6.- Con los datos del ejercicio anterior, y suponiendo que el desnivel entre A' y B' , puntos de tangencia del tramo curvo, es $Z_{A'}^{B'} = -7m$, se pretende enlazar las dos galerías con una curva helicoidal de pendiente uniforme. Calcula los datos necesarios (acimut y pendiente) para replantear un punto de la curva situado a $5m$, en distancia reducida, del punto de ataque.

El desnivel entre los puntos de entrada y de salida es $-7m$ y la longitud de la curva l_C se obtiene del ejercicio anterior. La pendiente de la alineación curva será:

$$p = \frac{Z_{A'}^{B'}}{l_C} = \frac{-7}{43,982} = -0,159 = -15,9\%$$

En la figura, a una distancia reducida $l = 5m$ le corresponde un ángulo γ :

$$\operatorname{sen} \frac{\gamma}{2} = \frac{l}{2R} \quad \gamma = 15,957^\circ$$



En la figura:

$$\theta_{A'}^P = \theta_{A'}^V + \gamma/2 = 117,978^\circ \quad D_{A'P} = l = 5m$$

La longitud del arco entre A' y P será:

$$l_{A'P} = \frac{2 \pi R \gamma}{400} = 5,013m$$

El desnivel entre A' y P será:

$$Z_{A'}^P = p \cdot l_{A'P} = -0,798m$$

La pendiente de la recta a replantear será:

$$p' = \frac{Z_{A'}^P}{l} = -0,160 = -16\%$$

13.5.7.- En un punto A (200, 200, 100) termina una galería horizontal, de orientación $\theta_a^A = 75^\circ$. Por otro punto B (200,100, 100) pasa otra galería horizontal, de orientación $\theta_b^B = 30^\circ$. Se desea enlazar las dos galerías mediante una curva circular, de forma que A sea el punto de entrada de la curva. Calcula: coordenadas del punto de salida, radio de curvatura, coordenadas del centro de curvatura y longitud del tramo curvo.

Sea V el vértice de la alineación curva. Los acimutes de las alineaciones rectas son:

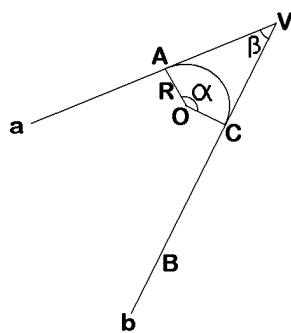
$$\theta_A^V = \theta_a^A = 75^\circ$$

$$\theta_V^A = \theta_A^V \pm 200^\circ = 275^\circ$$

$$\theta_B^V = \theta_b^B = 30^\circ$$

$$\theta_V^B = \theta_B^V \pm 200^\circ = 230^\circ$$

Para calcular las coordenadas de V resolvemos el sistema formado por las dos ecuaciones siguientes:



$$X_V = X_A + D_{AV} \text{ sen } \theta_A^V = X_B + D_{BV} \text{ sen } \theta_B^V$$

$$Y_V = Y_A + D_{AV} \text{ cos } \theta_A^V = Y_B + D_{BV} \text{ cos } \theta_B^V$$

Resolviendo el sistema:

$$D_{BV} = 142,256m$$

$$D_{AV} = T = 69,904$$

$$X_V = 264,583m$$

$$Y_V = 226,751m$$

A es el punto de entrada de la curva. Por tanto, la distancia entre A y V es la tangente T. Si C es el punto de salida, sus coordenadas se calculan:

$$\theta_V^C = \theta_V^B = 230^\circ$$

$$X_C = X_V + T \text{ sen } \theta_V^C = 232,847m$$

$$Y_C = Y_V + T \text{ cos } \theta_V^C = 164,466m$$

En la figura:

$$\beta = \theta_V^A - \theta_V^C = 45^\circ$$

$$\alpha = 200^\circ - \beta = 155^\circ$$

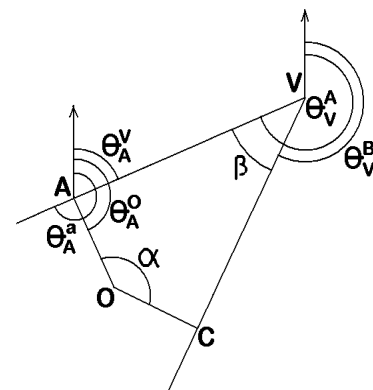
$$R = T \text{ tg } \beta/2 = 25,789m$$

Coordenadas del centro de curvatura O:

$$\theta_A^O = \theta_A^V + 100^\circ = 175^\circ \quad D_{AO} = R$$

$$X_O = X_A + R \text{ sen } \theta_A^O = 209,869m$$

$$Y_O = Y_A + R \text{ cos } \theta_A^O = 176,174m$$



Conviene comprobar los resultados calculando también las coordenadas de O a partir de las del punto de salida C.

Longitud del tramo curvo:
$$l_C = \frac{2 \pi R \alpha}{400} = 62,789m$$

14. APLICACIONES GEOLÓGICO-MINERAS

14.1.- INTRODUCCIÓN

En este capítulo se describen las técnicas topográficas aplicables para la determinación de la dirección, el buzamiento y la potencia, parámetros que definen un estrato o una formación estratiforme. El conocimiento de la geometría del cuerpo mineralizado es fundamental para su correcta ubicación en el espacio y para su cubicación, tanto en los trabajos de investigación minera como en los de diseño y realización de labores a cielo abierto o por interior.

Se define un *estrato* como un nivel simple de litología homogénea y gradacional, depositado de forma paralela a la inclinación original de la formación. Está separado de los estratos adyacentes por superficies de erosión o por cambios abruptos en el carácter y presenta una configuración tabular.

Denominamos *formación estratiforme* a una estructura geológica que sin ser un estrato, puesto que no comparte su misma génesis, sí que presenta una configuración tabular similar a la de éste.

Las superficies que los limitan se denominan *techo* y *muro*. En el caso de un estrato definiremos como techo a la superficie que separa la formación objeto de estudio de materiales más modernos. De igual forma, definiremos como muro a la superficie que separa el estrato de materiales más antiguos.

En el caso de formaciones estratiformes, la superficie de la formación cortada en primer lugar por un hipotético sondeo vertical será el techo. La formación inferior será el muro.

A partir de este momento, hablaremos indistintamente de estrato o de formación estratiforme, ya que los parámetros que vamos a determinar son puramente geométricos y no dependen de la génesis de la formación.

14.1.1.- Conceptos básicos

En extensiones cortas podemos asimilar tanto el techo como el muro de un estrato a un plano. La *dirección* de dicha formación será la recta intersección del plano de techo o de muro con un plano horizontal (figura 14.1). Representaremos este parámetro mediante el acimut correspondiente a dicha recta. Será igualmente válido el acimut dado en cualquiera de los dos sentidos de la recta.

Se define como *buzamiento* (buzamiento real) de un estrato el ángulo formado por la línea de máxima pendiente contenida en el plano del estrato y su

proyección sobre un plano horizontal (figura 14.1). Deberá darse también la orientación de la línea de máxima pendiente en su sentido descendente, materializada por el acimut de su proyección horizontal.

Puesto que la línea de máxima pendiente es perpendicular a la dirección del estrato, la diferencia entre ambos acimutes será de $\pm \pi/2$.

Definiremos como *buzamiento aparente* el ángulo formado por una línea contenida en el plano del estrato, y distinta de la de máxima pendiente, y su proyección sobre un plano horizontal. Un buzamiento aparente será siempre menor que el buzamiento real.

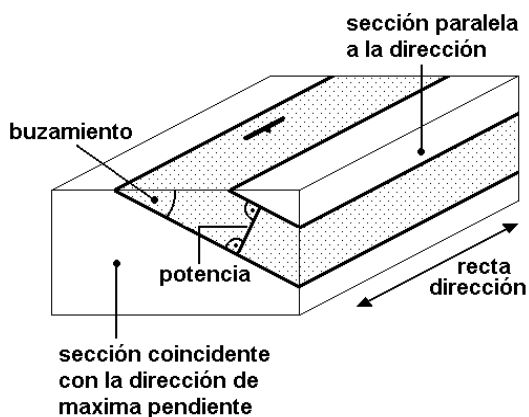


Fig. 14.1. Dirección, buzamiento y potencia

La *potencia* (potencia real) de un estrato será la distancia que separa los planos de techo y de muro, medida perpendicularmente a éstos. Cualquier otra medición de esta distancia, distinta de la perpendicular entre techo y muro, se denominará *potencia aparente* y será siempre mayor que la potencia real.

Denominamos *longitud* de un estrato a la distancia, medida según la recta dirección, entre los límites del mismo.

14.2.- DIRECCIÓN Y BUZAMIENTO

Estos dos parámetros suelen medirse al mismo tiempo y con operaciones consecutivas, debido a la relación geométrica que existe entre ellos. Antes de pasar a su determinación vamos a ver cómo se deducen los buzamientos reales a partir de los aparentes y viceversa. Este proceso es importante, tanto para el cálculo directo como por formar parte de procesos generales de cálculo de buzamientos a partir de las coordenadas conocidas de varios puntos del estrato.

Sea β el ángulo de buzamiento real, α el aparente e \hat{I} el ángulo horizontal que forman las direcciones de ambos buzamientos. En el caso de la figura será:

$$\hat{I} = \theta_{\text{BUZAMIENTO APARENTE}} - \theta_{\text{BUZAMIENTO REAL}}$$

Con el fin de facilitar el proceso de cálculo, vamos a considerar que los puntos D y C de la figura 14.2 tienen la misma altitud. D' y C' son sus proyecciones sobre un plano horizontal. Para obtener la expresión que relaciona los tres valores angulares anteriores hacemos:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{DD'}{OD'}$$

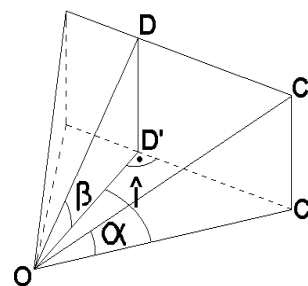


Fig. 14.2. Buzamientos real y aparente (1)

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{CC'}{OC'} \\ \cos \hat{I} &= \frac{OD'}{OC'} \end{aligned}$$

y como $DD' = CC'$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{DD'}{OD'} = \frac{OC' \operatorname{tg} \alpha}{OC' \cos \hat{I}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \hat{I}}$$

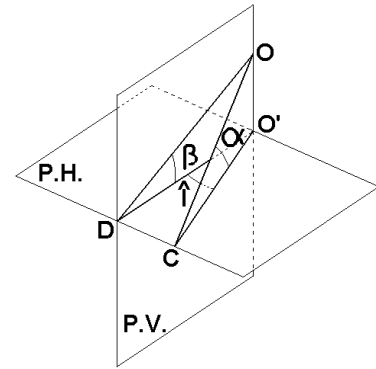


Fig. 14.3. Buzamientos real y aparente (2)

Podemos proceder de forma semejante con una disposición diferente de los puntos, como la de la figura 14.3, para llegar a la misma expresión que relaciona los buzamientos real y aparente y el ángulo comprendido entre las direcciones de ambos buzamientos.

A continuación vamos a estudiar los distintos casos que se pueden presentar en el cálculo de dirección y buzamiento, atendiendo tanto a los instrumentos que permiten medirlos directamente como al procedimiento de obtención a partir de coordenadas de puntos, tomados todos en el techo o en el muro del estrato.

14.2.1.- Con brújula de geólogo

Las brújulas empleadas para aplicaciones geológicas tienen las siguientes características:

- Pueden ser de limbo fijo o de limbo móvil.
- Están dotadas de un nivel de burbuja, normalmente esférico.
- Incorporan distintos sistemas para lanzar visuales.
- Incorporan un clinómetro para medir inclinaciones.

Son procedimientos que aportan precisiones inferiores a las de las técnicas topográficas, pero que en muchos casos son suficientes.

Para emplear una brújula de geólogo debemos determinar sobre el estrato la línea de máxima pendiente o una línea horizontal contenida en él. Ambas líneas son perpendiculares entre sí, por lo que determinada una se conoce también la otra. Una línea horizontal se puede determinar con un nivel de burbuja. La línea de máxima pendiente se puede materializar dejando caer una pequeña cantidad de agua y si ésta describe una línea sinuosa, se fijará como línea de máxima pendiente la línea del eje simétrico del camino marcado por el agua.

Una vez determinadas estas direcciones se coloca el único lateral recto de la brújula paralelo a la línea horizontal y se mide la dirección. A continuación se coloca este lateral paralelo a la línea de máxima pendiente y, con ayuda del clinómetro, se determina el buzamiento.

Debido a las irregularidades naturales que presenta la superficie del estrato, para obtener un valor medio de estos parámetros se suele colocar un

elemento plano y rígido, por ejemplo una carpeta, y sobre él se coloca la brújula. También es conveniente realizar varias mediciones de dirección y buzamiento, que nos permitan calcular el valor más probable de cada parámetro.

14.2.2.- Mediante procedimientos topográficos

Pueden emplearse taquímetros o estaciones totales. Por su rapidez y comodidad son muy apropiados los equipos láser, capaces de realizar mediciones sin prisma en distancias cortas.

Para medir la dirección del estrato se estaciona el instrumento topográfico frente a él y se realizan las operaciones necesarias para orientarlo. Esto puede hacerse en campo, para obtener sobre el terreno el valor de la dirección, o posteriormente en gabinete.

A continuación se visan dos puntos P_1 y P_2 del estrato, que tengan la misma altitud, y se miden las distancias reducidas y las lecturas horizontales (figura 14.4). Los puntos deben estar lo bastante alejados entre sí como para que el valor de la dirección sea preciso.

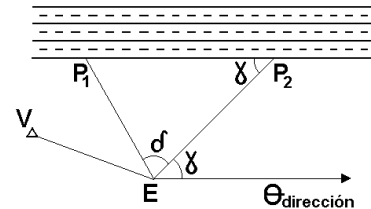


Fig. 14.4. Dirección:
procedimientos topográficos

Calculamos δ , ángulo horizontal que forman las visuales, por diferencia de lecturas horizontales:

$$\delta = L_E^{P_2} - L_E^{P_1}$$

Aplicando el teorema del coseno calculamos la distancia reducida entre los dos puntos visados:

$$P_1P_2 = \sqrt{(EP_1)^2 + (EP_2)^2 - 2 EP_1 EP_2 \cos \delta}$$

y aplicando el teorema del seno calculamos el ángulo γ :

$$\frac{P_1P_2}{\sin \delta} = \frac{EP_1}{\sin \gamma} \quad \sin \gamma = \frac{EP_1 \sin \delta}{P_1P_2}$$

En el caso de la figura, sumando al acimut de la alineación $E-P_2$ el ángulo γ , obtenemos el acimut de la recta dirección.

Una vez conocido su acimut, se pueden lanzar visuales perpendiculares a la recta dirección para determinar el buzamiento. Se coliman dos puntos P_3 y P_4 situados sobre la línea intersección del plano vertical que pasa por E y es perpendicular a dicha recta y el plano del estrato (figura 14.5). Los puntos se coliman visando con un acimut:

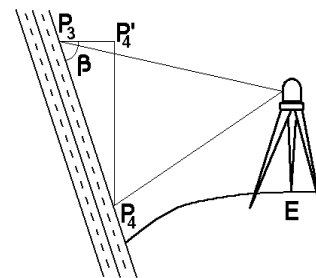


Fig. 14.5. Buzamiento:
procedimientos topográficos

$$\theta_{\text{visual}} = \theta_{\text{dirección}} \pm \frac{\pi}{2}$$

La línea intersección será la línea de máxima pendiente. Medimos las distancias reducidas EP_3 y EP_4 , lo que nos permite calcular:

$$P_3P'_4 = EP_3 - EP_4$$

El desnivel entre ambos puntos será la diferencia de las tangentes topográficas, empleadas con su signo:

$$Z_{P'_4}^{P_3} = t_E^{P_3} - t_E^{P_4}$$

Una vez obtenidos estos valores, el cálculo del buzamiento β es inmediato:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{Z_{P'_4}^{P_3}}{P_3P'_4}$$

Se debe indicar también el acimut del buzamiento, que será el de la recta dirección sumándole o restándole $\pi/2$.

14.2.3.- A partir de las coordenadas de tres puntos del estrato

Los puntos pueden estar situados en la superficie o en el subsuelo. El procedimiento de cálculo es aplicable en todos los casos. Los puntos medidos deben corresponder al mismo plano, techo o muro, del estrato.

Las coordenadas de los puntos se medirán por aplicación de las técnicas que ya conocemos. En el caso de un sondeo se conocen (figura 14.6):

- Las coordenadas de su punto inicial B .
- El acimut del sondeo θ_s , medido respecto a su sentido de avance.
- La inclinación del sondeo \hat{i} , ángulo medido respecto a la vertical
- La longitud del sondeo l desde la boca hasta el contacto con la formación estratiforme que pretendemos estudiar.

Con estos datos podemos calcular las coordenadas del punto de contacto F del sondeo con el estrato:

$$\operatorname{sen} \hat{i} = \frac{VF}{BF} = \frac{VF}{l} \quad VF = l \operatorname{sen} \hat{i}$$

que será la distancia reducida entre la boca del sondeo y el punto de interés.

$$\cos \hat{i} = \frac{BV}{BF} = \frac{\Delta Z}{l} \quad \Delta Z = l \cos \hat{i}$$

que será el desnivel entre la boca del sondeo y el punto de interés.

Por tanto, las coordenadas del punto F serán:

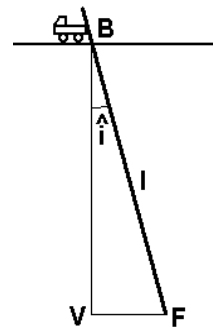


Fig. 14.6. Sondeo inclinado

$$X_F = X_B + VF \operatorname{sen} \theta_s = X_B + l \operatorname{sen} \hat{i} \operatorname{sen} \theta_s$$

$$Y_F = Y_B + VF \cos \theta_s = Y_B + l \operatorname{sen} \hat{i} \cos \theta_s$$

$$Z_F = Z_B - \Delta Z = Z_B - l \cos \hat{i}$$

Conocidas las coordenadas de tres puntos del estrato, A , B y C , operamos de la siguiente forma: Establecemos un plano horizontal de comparación $AB'C'$, que pasa por el punto menos elevado de los tres. Vamos a suponer que, en nuestro caso, A es el punto de menor altitud y C el de mayor altitud (figura 14.7).

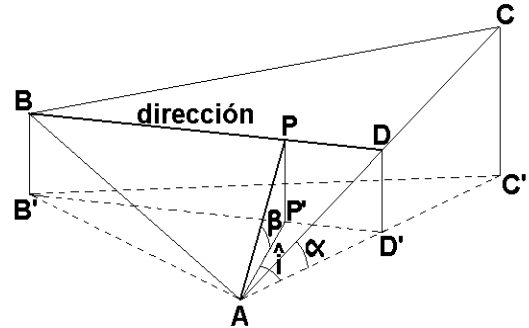


Fig. 14.7. Dirección y buzamiento a partir de 3 sondeos

La dirección del estrato la marcan las líneas horizontales contenidas en él. Para mayor comodidad de cálculo utilizaremos la línea horizontal que pasa por el punto de altitud intermedia, B . Para calcular el acimut de esta línea se necesitan las coordenadas de otro punto sobre ella, D , que se calculará sobre la alineación $A-C$ de la forma siguiente:

Necesitamos la distancia vertical DD' , que será igual a BB' y se calcula:

$$DD' = BB' = Z_B - Z_A$$

Como los triángulos ACC' y ADD' son semejantes:

$$\frac{AD'}{AC'} = \frac{DD'}{CC'} \quad AD' = \frac{AC' DD'}{CC'}$$

donde CC' es la diferencia entre las coordenadas Z de C y A y AC' se calcula a partir de las coordenadas planas de ambos puntos.

También podemos calcularlo a partir de la pendiente:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{CC'}{AC'} = \frac{DD'}{AD'} \quad AD' = \frac{DD'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{DD'}{CC'/AC'} = \frac{AC' DD'}{CC'}$$

En cuanto al acimut, tenemos que $\theta_A^D = \theta_A^C$, que se calcula fácilmente a partir de las coordenadas de A y C . Conocidos acimut y distancia, calculamos las coordenadas de D :

$$X_D = X_A + AD' \operatorname{sen} \theta_A^D$$

$$Y_D = Y_A + AD' \cos \theta_A^D$$

$$Z_D = Z_B$$

Con estos datos se puede calcular el acimut de la alineación $B-D$, que coincide con el de la recta dirección. Como hemos indicado, son válidos los dos valores θ_B^D y θ_D^B .

Para determinar el buzamiento es preciso calcular tanto el valor de β como el acimut que define el sentido descendente del estrato. Será:

$$\theta_P^A = \theta_B^D \pm \pi / 2$$

Para obtener el valor de β aplicaremos la expresión conocida:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \hat{I}}$$

Calculamos el buzamiento aparente α en la alineación A-C:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{CC'}{AC'}$$

y el ángulo:

$$\hat{I} = \theta_A^C - \theta_A^P$$

Con estos datos ya se puede calcular el buzamiento del estrato.

14.3.- POTENCIA

Para determinar la potencia real P del estrato supondremos que se han determinado previamente la dirección y el buzamiento.

14.3.1.- Cálculo por observaciones en superficie

Estacionamos en un punto E , frente al afloramiento, y lanzamos visuales perpendiculares a la recta dirección. Colimamos dos puntos A y B , pertenecientes respectivamente al techo y al muro del estrato, situados en el plano vertical generado por el movimiento de cabeceo del anteojo. Podemos encontrarnos dos casos:

θ del buzamiento = θ de las visuales:

Medidas las distancias reducidas y las tangentes topográficas correspondientes a las dos visuales, calculamos AB' (diferencia entre las distancias reducidas) y BB' (diferencia entre los desniveles). En la figura 14.8:

$$AB = \sqrt{(AB')^2 + (BB')^2}$$

AB es la potencia aparente.

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{BB'}{AB'}$$

Una vez calculado δ y conocido el buzamiento β , será:

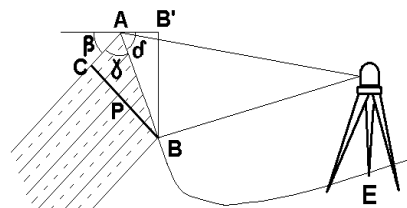


Fig. 14.8. Potencia: observaciones en superficie (1)

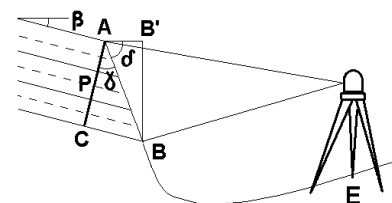


Fig. 14.9. Potencia: observaciones en superficie (2)

$$\gamma = \pi - \beta - \delta$$

La potencia real P se calcula:

$$P = AB \operatorname{sen} \gamma$$

θ del buzamiento = θ de las visuales $\pm \pi$:

Procedemos como en el caso anterior, calculando la distancia AB y el ángulo δ . En la figura 14.9:

$$\gamma = \pi + \beta - \frac{\pi}{2} - \delta = \frac{\pi}{2} + \beta - \delta$$

La potencia real P se calcula:

$$P = AB \cos \gamma$$

14.3.2.- Cálculo a partir de datos de sondeos

Sean A y C los puntos de intersección del sondeo con el techo y el muro del estrato. Como antes, suponemos conocidos la dirección y el buzamiento de éste. Vamos a considerar un sistema cartesiano de coordenadas cuyo origen coincida con C y cuyo eje Y siga la dirección del acimut del buzamiento (figura 14.10). El eje X sigue, por tanto, la dirección del muro del estrato. Proyectaremos la potencia aparente AC sobre el plano vertical ZY , obteniendo una nueva potencia aparente BC .

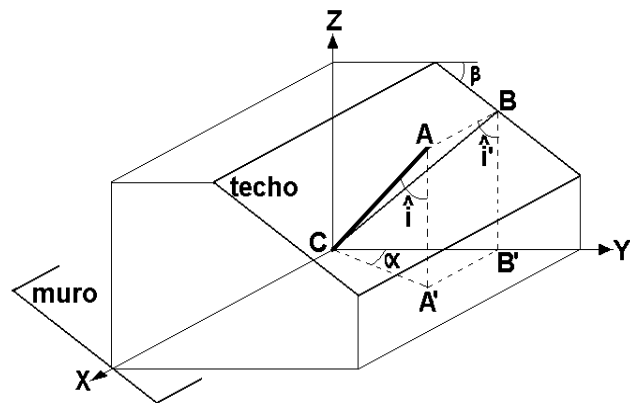


Fig. 14.10. Potencia: mediante datos de sondeos (1)

Para ello, a partir de las coordenadas de A y C calculamos AA' (diferencia de coordenadas Z) y CA' (distancia reducida entre ambos puntos). El ángulo α será la diferencia en valor absoluto entre los acimutes del sondeo y del buzamiento a la que sumamos o restamos 200^g , en caso necesario, de manera que esté entre 0^g y 100^g . Tenemos:

$$CB' = CA' \cos \alpha$$

$$BB' = AA'$$

y la potencia aparente, proyectada sobre el plano ZY , será:

$$CB = \sqrt{(CB')^2 + (BB')^2}$$

Calculamos también el ángulo i' :

$$\operatorname{tg} i' = \frac{CB'}{BB'}$$

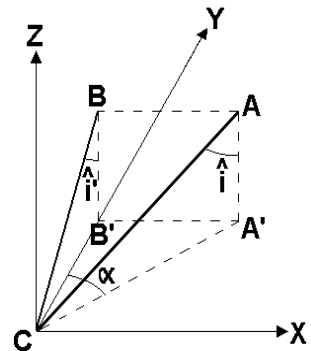


Fig. 14.11. Potencia: mediante datos de sondeos (2)

Para calcular la potencia real P del estrato, proyectamos la potencia aparente BC sobre la recta perpendicular a la de máxima pendiente. Nos podemos encontrar con dos casos:

$$\theta_B^C = \theta_{\text{buzamiento}} \pm \pi$$

En la figura 14.12:

$$P = CB \cos(\hat{i}' - \beta)$$

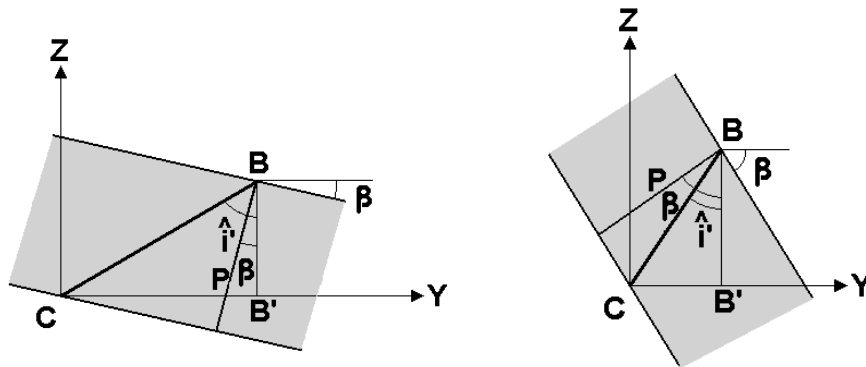


Fig. 14.12. Potencia: mediante datos de sondeos (3)

$$\theta_B^C = \theta_{\text{buzamiento}}$$

En la figura 14.13:

$$P = CB \cos(\beta + \hat{i}')$$

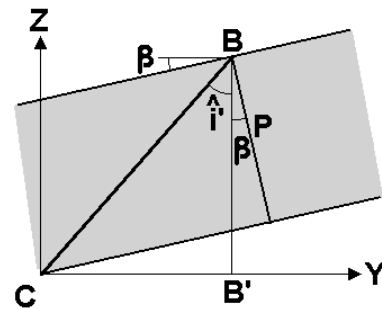


Fig. 14.13. Potencia: mediante datos de sondeos (4)

14.4.- EJERCICIOS

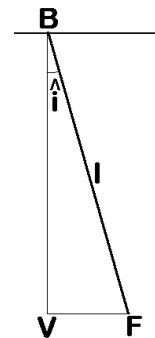
14.4.1.- Se ha realizado un sondeo que comienza en el punto B (1.000 ; 1.000 ; 100). Su inclinación respecto a la vertical es de 5° y su longitud es de 50m. Su acimut, en el sentido de avance del sondeo, es de $132,60^\circ$. Calcula las coordenadas del punto final F del sondeo.

$$\hat{i} = 5^\circ \quad l = 50\text{m} \quad \theta_s = 132,60^\circ$$

En la figura:

$$VF = l \sin \hat{i} = 3,923\text{m}$$

$$BV = l \cos \hat{i} = 49,846\text{m}$$



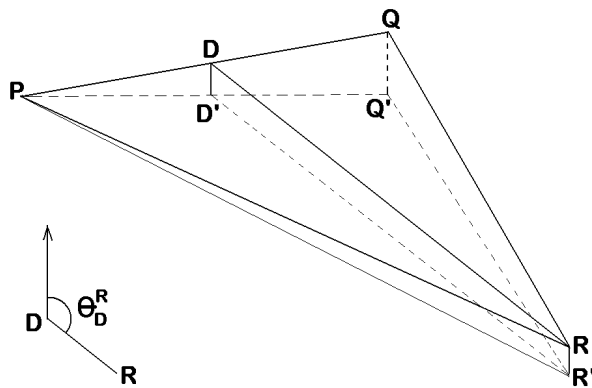
Las coordenadas del punto final F del sondeo se calculan:

$$X_F = X_B + VF \operatorname{sen} \theta_S = 1.003,420m$$

$$Y_F = Y_B + VF \cos \theta_S = 998,078m$$

$$Z_F = Z_B - BV = 50,154m$$

14.4.2.- Se conocen las coordenadas de tres puntos P , Q y R del techo de un estrato. Calcula su buzamiento y los acimutes de la recta dirección y del buzamiento. $P (1.000 ; 1.000 ; 100)$, $Q (1.100 ; 1.020 ; 120)$, $R (1.150 ; 900 ; 110)$.



Se aplicará el método descrito en 14.2.3. Se establece el plano horizontal que pasa por el punto de menor altitud (P). Se elige, como recta dirección a calcular, la que pasa por el punto de altitud intermedia (R). Se determinarán las coordenadas de un punto D situado en la recta P - Q y cuya altitud coincida con la de R . En la figura:

$$PQ' = \sqrt{(X_Q - X_P)^2 + (Y_Q - Y_P)^2} = 101,980m$$

$$QQ' = Z_Q - Z_P = 20m$$

$$DD' = RR' = Z_R - Z_P = 10m$$

Por semejanza de triángulos entre PQQ' y PDD' :

$$\frac{PD'}{DD'} = \frac{PQ'}{QQ'} \quad PD' = 50,990m$$

$$\theta_P^D = \theta_P^Q = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{|X_Q - X_P|}{|Y_Q - Y_P|} = 87,433^\circ$$

Las coordenadas del punto D se calculan:

$$X_D = X_P + PD' \operatorname{sen} \theta_P^D = 1.050,000m$$

$$Y_D = Y_P + PD' \cos \theta_P^D = 1.010,000m$$

$$Z_D = Z_R = 110,000m$$

El acimut de la recta dirección será:

$$\theta_{\text{dirección}} = \theta_D^R = 100^\circ + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{|Y_R - Y_D|}{|X_R - X_D|} = 153,029^\circ$$

También puede darse el acimut recíproco $\theta_R^D = 353,029^\circ$. Para el buzamiento es preciso calcular el acimut que identifica el sentido descendente del estrato. En nuestro caso esa orientación es la de la recta $B-P$ de la figura, que es perpendicular a la recta dirección $R-D$. Para obtener $B-B'$ se ha prolongado la recta dirección $R-D'$ y se ha trazado una perpendicular a esa recta desde P .

$$\theta_\beta = \theta_D^R + 100^\circ = 253,029^\circ$$

Considerando el buzamiento aparente α , que corresponde a la dirección $P-D'$, será:

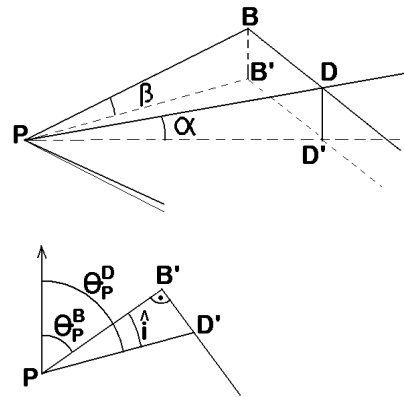
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{DD'}{PD'} = 0,1961$$

En la figura, el ángulo horizontal que forma la dirección $P-D$ con la $P-B$ será:

$$\hat{i} = \theta_P^D - \theta_P^B = \theta_P^D - (\theta_\beta \pm 200^\circ) = 34,404$$

Para calcular el buzamiento β , según se indica en 14.2:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \hat{i}} \quad \beta = 14,314^\circ$$



14.4.3.- Se conocen las coordenadas de los puntos T (1.000 ; 1.000 ; 100) y M (1.001 ; 995 ; 90) de intersección de un sondeo con el techo y el muro de un estrato. Sabiendo que el buzamiento es $\beta = 30^\circ$ y que el acimut del buzamiento es de 350° , calcula la potencia del estrato.

El acimut del sondeo será:

$$\theta_s = \theta_T^M = 100^\circ + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{|\Delta Y|}{|\Delta X|} = 187,433^\circ$$

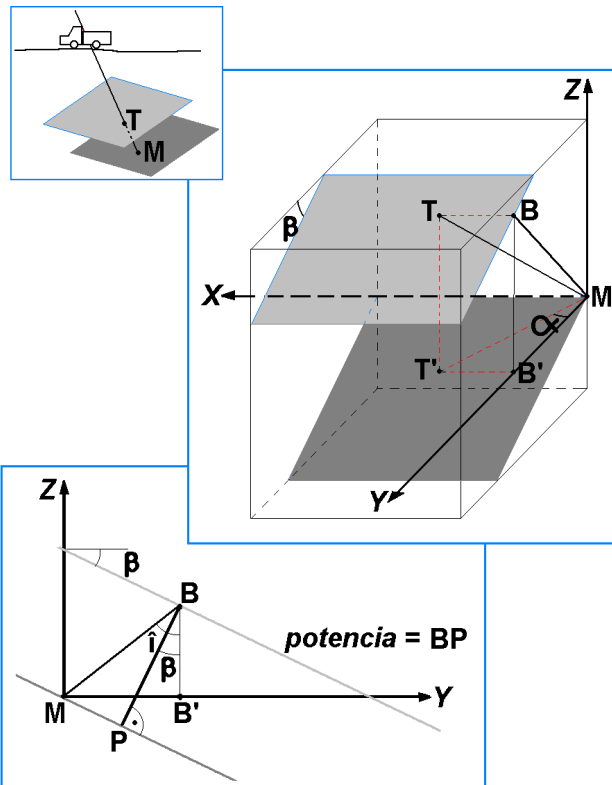
Consideramos un sistema de ejes centrado en el punto M y siendo:

eje Y: la dirección del acimut del buzamiento

eje X: la dirección de la recta dirección

eje Z: la vertical

Proyectamos la potencia aparente TM sobre el plano YZ de este sistema de ejes, para obtener una nueva potencia aparente MB . Para ello consideramos los acimutes del sondeo y del buzamiento. Como la diferencia entre ambos valores no está entre -100° y $+100^\circ$, hacemos:



$$\alpha = |\theta_S - \theta_\beta| \pm 200^g = 37,433^g$$

Esto significa que los acimutes θ_M^B y θ_β difieren en 200^g . Por otra parte:

$$BB' = TT' = Z_T - Z_M = 10m$$

$$MT' = D_{TM} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 5,099m$$

$$MB' = MT' \cos \alpha = 4,243m$$

y la nueva potencia aparente, proyectada sobre el plano ZY, será:

$$MB = \sqrt{(BB')^2 + (MB')^2} = 10,863m$$

Calculamos también el ángulo i :

$$\operatorname{tg} i = \frac{MB'}{BB'} \quad i = 25,546^g$$

Como los acimutes θ_M^B y θ_β difieren en 200^g , calculamos la potencia real P de la siguiente forma:

$$P = BM \cos (\beta - i) = 10,836m$$

14.4.4.- Un sondeo de acimut $\theta_S = 75^g$ e inclinado 10^g respecto a la vertical ha cortado a 20m el techo de una formación estratiforme y a 30m el muro de la misma. Se conocen las coordenadas de la boca del sondeo (100 ; 100 ; 100), el buzamiento de la formación, $\beta = 30^g$, y el acimut del buzamiento $\theta_\beta = 110^g$. Calcula la potencia de la formación estratiforme.

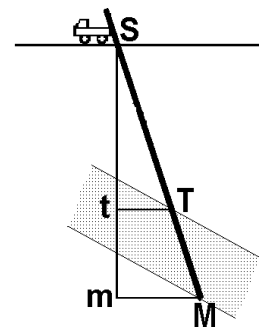
Llamamos T y M a los puntos en que el sondeo corta al techo y al muro de la formación, respectivamente. De la figura:

$$Tt = 20 \operatorname{sen} 10^g = 3,129m$$

$$Mm = 30 \operatorname{sen} 10^g = 4,693m$$

$$St = 20 \cos 10^g = 19,754m$$

$$Sm = 30 \cos 10^g = 29,631m$$



De donde:

$$X_T = X_S + Tt \operatorname{sen} \theta_S = 102,891m$$

$$Y_T = Y_S + Tt \cos \theta_S = 101,197m$$

$$Z_T = Z_S - St = 80,246m$$

$$X_M = X_S + Mm \operatorname{sen} \theta_S = 104,336m$$

$$Y_M = Y_S + Mm \cos \theta_S = 101,796m$$

$$Z_M = Z_S - Sm = 70,369m$$

Consideramos un sistema de ejes centrado en el punto M y siendo:

eje Y: la dirección del acimut del buzamiento

eje X: la dirección de la recta dirección

eje Z: la vertical

Proyectamos la potencia aparente TM sobre el plano YZ de este sistema de ejes, para obtener una nueva potencia aparente MB . Para ello consideramos los acimutes del sondeo y del buzamiento. Como la diferencia entre ambos valores está entre -100° y $+100^\circ$, hacemos:

$$\alpha = |\theta_S - \theta_\beta| = 35^\circ$$

Esto significa que los acimutes θ_M^B y θ_β son iguales. Por otra parte:

$$BB' = TT' = Z_T - Z_M = 9,877m$$

$$MT' = D_{TM} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 1,564m$$

o también:

$$MT' = (30 - 20) \operatorname{sen} 10^\circ = 1,564m$$

$$MB' = MT' \cos \alpha = 1,334m$$

y la nueva potencia aparente, proyectada sobre el plano ZY , será:

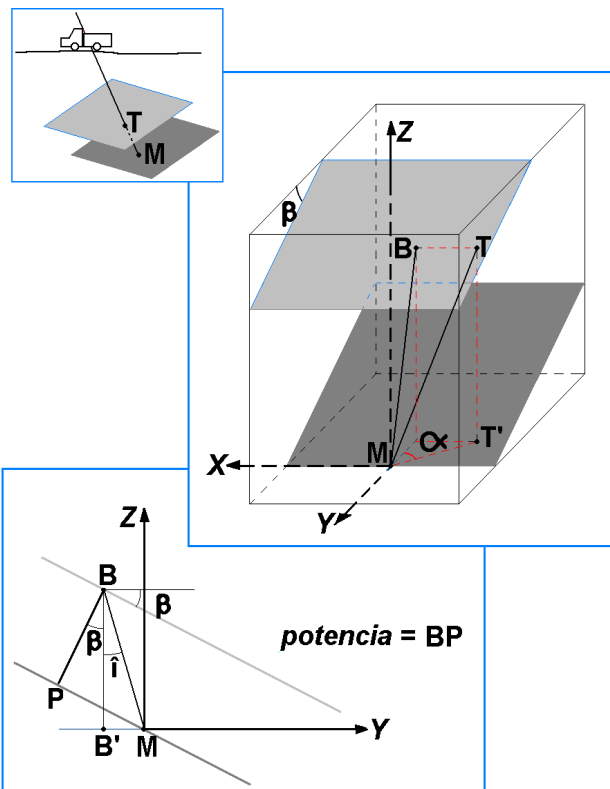
$$MB = \sqrt{(BB')^2 + (MB')^2} = 9,967m$$

Calculamos también el ángulo i :

$$\operatorname{tg} i = \frac{MB'}{BB'} \quad i = 8,547^\circ$$

Como los acimutes θ_M^B y θ_β son iguales, calculamos la potencia real P de la siguiente forma:

$$P = BM \cos (\beta + i) = 8,195m$$

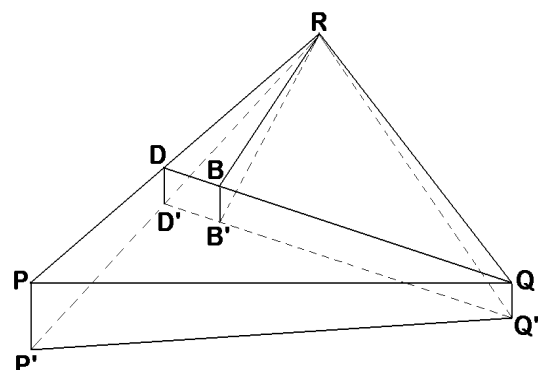


14.4.5.- Se conocen las coordenadas de tres puntos P, Q y R del techo de un estrato. Calcula su buzamiento y los acimutes de la recta dirección y del buzamiento. P (1.000 ; 1.000 ; 120), Q (1.100 ; 1.000 ; 112), R (1.060 ; 1.050 ; 100)

Se aplica el mismo método que en el ejercicio 14.4.2. En esta ocasión el punto de menor altitud es R y el de altitud intermedia es Q. Se determinarán las coordenadas de un punto D situado en la recta P-R y cuya altitud coincida con la de Q. En la figura:

$$RP' = \sqrt{(X_P - X_R)^2 + (Y_P - Y_R)^2} = 78,102m$$

$$PP' = Z_P - Z_R = 20m$$



$$DD' = QQ' = Z_Q - Z_R = 12m$$

Por semejanza de triángulos entre RPP' y RDD' :

$$\frac{RD'}{DD'} = \frac{RP'}{PP'} \quad RD' = 46,861m$$

$$\theta_R^D = \theta_R^P = 200^g + \arctan \frac{|X_P - X_R|}{|Y_P - Y_R|} = 255,772^g$$

Las coordenadas del punto D se calculan:

$$X_D = X_R + RD' \sin \theta_R^D = 1.024,000m$$

$$Y_D = Y_R + RD' \cos \theta_R^D = 1.020,000m$$

$$Z_D = Z_Q = 112,000m$$

El acimut de la recta dirección será:

$$\theta_{dirección} = \theta_D^Q = 100^g + \arctan \frac{|Y_Q - Y_D|}{|X_Q - X_D|} = 116,382^g$$

También puede darse el acimut recíproco $\theta_Q^D = 316,382^g$. Para el buzamiento es preciso calcular el acimut que identifica el sentido descendente del estrato. En nuestro caso esa orientación es la de la recta $B-R$ de la figura, que es perpendicular a la recta dirección $Q-D$. Para obtener $B-B'$ se ha trazado una perpendicular a esa recta desde R .

$$\theta_\beta = \theta_D^Q - 100^g = 16,382^g$$

Considerando el buzamiento aparente α , que corresponde a la dirección $R-D'$, será:

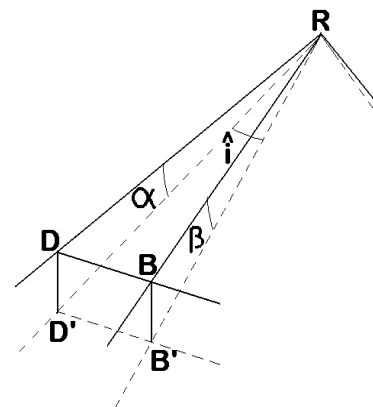
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{DD'}{RD'} = 0,2561$$

En la figura, el ángulo horizontal que forma la dirección $R-D$ con la $R-B$ será:

$$\hat{i} = \theta_R^D - \theta_R^B = \theta_R^D - (\theta_\beta \pm 200^g) = 39,390$$

Para calcular el buzamiento β , según se indica en 14.2:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \hat{i}} \quad \beta = 19,380^g$$



15. TOPOGRAFÍA EN EXPLOTACIONES MINERAS A CIELO ABIERTO

15.1.- INTRODUCCIÓN

La minería a cielo abierto es una de las actividades humanas que en mayor medida alteran la morfología de las zonas a las que afecta. Este sistema de producción de materias primas supone la extracción de los materiales estériles que se superponen a las masas mineralizadas, creando huecos de considerables proporciones que sólo en ocasiones vuelven a llenarse. Las tierras estériles, si el método de explotación no permite volver a depositarlas en el hueco creado, se almacenan en vertederos (vacies) cuya forma y dimensiones varían continuamente a medida que avanza la explotación minera. La normativa medio-ambiental obliga al minero a prever y desarrollar una serie de medidas que minimicen el impacto de las labores mineras y que van a suponer nuevas modificaciones de la morfología del terreno.

Los trabajos topográficos en explotaciones de este tipo deben adecuarse al ritmo con que la minería moderna modifica el entorno en el que se asienta. Algunas de las tareas con las que se enfrenta el equipo topográfico de una empresa minera adquieren un carácter crítico, debido a las limitaciones de tiempo para realizarlas y a que condicionan otros trabajos posteriores, que a su vez son vitales para el funcionamiento de la mina.

El equipo se ocupa también de apoyar a los restantes equipos técnicos de la mina en la elaboración y seguimiento de los distintos proyectos y planes que van a guiar la marcha de la explotación. En todos estos trabajos van a emplearse distintas técnicas topográficas, aplicadas a levantamientos planimétricos y altimétricos, a replanteos y a cubicaciones.

Los trabajos topográficos en una explotación minera a cielo abierto presentan una serie de características propias:

- Se localizan en un área relativamente pequeña.- Aunque algunas explotaciones afectan a superficies importantes (figura 15.1), la actividad de una mina a cielo abierto se desarrolla en una zona cuyo tamaño máximo alcanza algunos centenares de hectáreas. En esta zona se localiza la corta o cortas, los vertederos y las instalaciones que completan el complejo minero.
- Se desarrollan a lo largo de un periodo de tiempo extenso, comenzando varios años antes de que la mina entre en producción y, con frecuencia, terminando después de que el yacimiento se haya agotado, mientras se completan las últimas fases de los trabajos de restauración del área afectada.
- Son de tipo muy variado y en ellos se aplican técnicas muy diferentes.

- En algunos de ellos, especialmente los de carácter más sistemático, el factor tiempo es crítico: se dispone de pocos días (o pocas horas) para su realización y hay que evitar, en lo posible, que puedan afectar a la producción.
- Determinan, en buena medida, la correcta marcha de la explotación. Por tanto, también son críticos en este sentido.

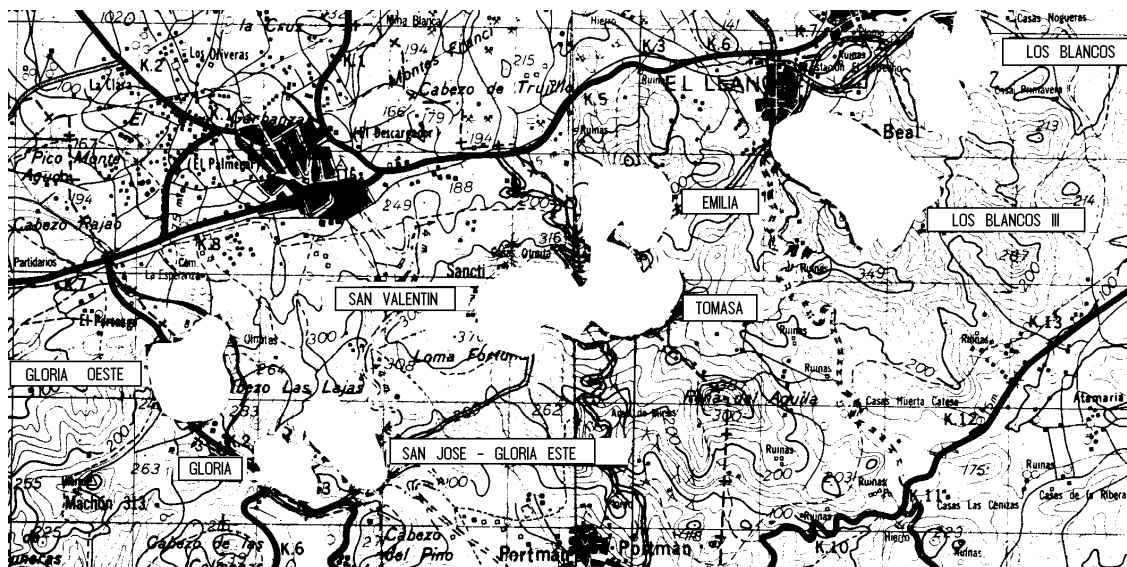


Fig. 15.1. Explotaciones mineras de la SMMPE en la Sierra de Cartagena-La Unión

Se han considerado tres etapas distintas de la actividad minera. Conviene señalar que esta división es una simplificación de la realidad, ya que muchas de las tareas contempladas se extienden en el tiempo y coexisten con las de etapas posteriores. Estas etapas son las siguientes:

- Trabajos topográficos iniciales: Consisten en el establecimiento de la infraestructura topográfica (redes de vértices) y en la elaboración de la cartografía inicial de la zona afectada, necesaria para los distintos proyectos (explotación, restauración, instalaciones, etc.):
 - Establecimiento de la red trigonométrica.
 - Levantamiento topográfico inicial.
- Trabajos topográficos de apoyo a la elaboración del proyecto de explotación:
 - Investigación geológica.
 - Proyecto de explotación. Vertederos. Planes de restauración.
 - Proyectos de instalaciones, accesos, líneas eléctricas, etc.
- Trabajos topográficos durante la etapa de producción de la explotación: Se trata de trabajos, con frecuencia sistemáticos, que posibilitan la marcha correcta de la explotación minera:
 - Levantamiento de los avances de frentes de trabajo y vertederos. Marcaje de las separatrices entre mineral y estéril.
 - Marcaje de sondeos de control de leyes. Levantamiento o marcaje de barrenos de voladura.
 - Nivelación de plantas de trabajo.

- Control de estabilidad de taludes.
- Apoyo topográfico a los trabajos de restauración.

Vamos a suponer que todos estos trabajos serán realizados por el equipo topográfico de la explotación minera, aunque en la práctica algunos de ellos (especialmente los iniciales) suelen contratarse a empresas especializadas, incluso si la explotación dispone de su propio equipo.

15.2.- TRABAJOS TOPOGRÁFICOS INICIALES

Este apartado se refiere a todos los trabajos topográficos destinados a proporcionar las redes de apoyo y la cartografía necesaria para el desarrollo de las primeras fases de la actividad minera: exploración inicial, investigación geológica, adquisición de terrenos, etc., hasta la elaboración del proyecto de explotación.

15.2.1.- Establecimiento de la red trigonométrica

Es la primera etapa del trabajo topográfico y, en principio, se aplican los métodos habituales para el establecimiento de este tipo de redes: intersección directa para la red de vértices, intersección inversa para determinar puntos trigonométricos complementarios, itinerario para establecer las redes topográficas. La red trigonométrica puede sustituirse por un levantamiento con equipos GNSS, dando coordenadas a un número suficiente de puntos bien repartidos por la zona afectada.

En el establecimiento de redes de vértices en minería a cielo abierto hay que tener en cuenta que:

- la actividad minera puede durar muchos años y las redes de vértices de apoyo deben estar disponibles en todo momento.
- sin embargo, la propia naturaleza de la actividad minera puede suponer la desaparición de algunos de estos vértices, especialmente de los situados en zonas afectadas por la corta o por el vertedero (figura 15.2). En otros casos, las señales permanentes que marcan los vértices pueden desaparecer debido a los trabajos de infraestructura, al transporte, etc.
- las características de muchos de los trabajos mineros exigen disponer de un gran número de vértices de apoyo permanentes, cubriendo toda la zona de actividad minera.

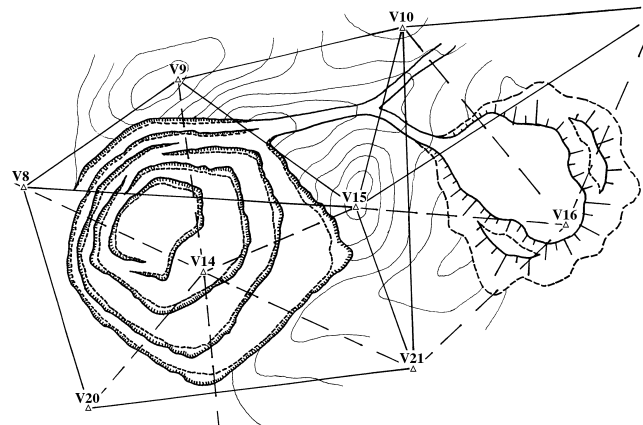


Fig. 15.2. Red trigonométrica

Por estas razones puede ser recomendable establecer una red de vértices trigonométricos y topográficos mucho más densa que las habituales en trabajos topográficos no mineros. Una posible solución consiste en establecer dos redes, una con unos pocos triángulos de lados más grandes y vértices situados en puntos seguros; otra más densa, completada con puntos trigonométricos complementarios y vértices topográficos.

Toda la red debe revisarse con frecuencia (y, preferiblemente, de forma sistemática) y mantenerse totalmente operativa, especialmente en las proximidades de las zonas en producción.

15.2.2.- Levantamiento inicial

Las distintas fases del trabajo minero se apoyarán en planos a distintas escalas. En su caso, los planos y sus escalas deben elaborarse de acuerdo con la legislación vigente. Los siguientes valores se dan simplemente a título de referencia, ya que en la práctica puede haber variaciones importantes:

- Trabajos de exploración/investigación: escalas 1:10.000 a 1:2.500.
- Proyecto de explotación: 1:5.000 a 1:1.000.
- Planes de restauración: 1:10.000 a 1:2.500.
- Otros proyectos: 1:1.000 a 1:200. Incluye infraestructuras, instalaciones, accesos y, eventualmente, algunas fases del plan de restauración.

La escala determinante suele ser la del proyecto de explotación y, por tanto, esta será la que hay que tener en cuenta a la hora de planificar el levantamiento. Otros proyectos pueden necesitar planos a escalas mayores, que suelen ser objeto de levantamientos específicos.

Una forma apropiada de realizar el levantamiento inicial es, por supuesto, el empleo de fotogrametría aérea. La elección de la escala y condiciones del vuelo se hará en función de la escala determinante en los planos, es decir, de aquella que vaya a emplearse para elaborar el proyecto de explotación. Los trabajos fotogramétricos serán realizados por el equipo topográfico de la propia empresa, si ésta dispone de los medios necesarios, o se contratarán. La cartografía a mayor escala, para proyectos de instalaciones, etc., puede realizarse por fotogrametría terrestre, si el terreno lo admite, o por métodos topográficos convencionales.

La otra posibilidad es realizar un levantamiento topográfico clásico. En ambos casos, los trabajos se apoyarán en las redes de vértices previamente establecidas.

15.3.- TRABAJOS TOPOGRÁFICOS EN LA FASE DE PROYECTO

En este apartado agrupamos todos los trabajos topográficos de apoyo a las fases de investigación geológica, elaboración del proyecto de explotación, vertederos

de estériles, plan de restauración, proyectos de instalaciones, accesos, líneas eléctricas, etc.

15.3.1.- Apoyo a la investigación geológica

Según los primeros estudios geológicos (escalas 1:10.000 a 1:2.500) y con apoyo de la cartografía inicial, se diseña la malla de sondeos de investigación, definiendo sus dimensiones y su orientación. Las direcciones principales de la malla no tienen por qué coincidir con la dirección de la meridiana ni con ninguna otra orientación preestablecida, sino que vendrán condicionadas por la naturaleza del yacimiento. Se elige un punto inicial, que será una de las esquinas de la malla, y se calculan a partir de él las coordenadas de todas las intersecciones de la malla, donde irán ubicados los sondeos. Normalmente se comienza con mallas amplias, que luego se van cerrando a medida que se conocen los primeros resultados de los sondeos.

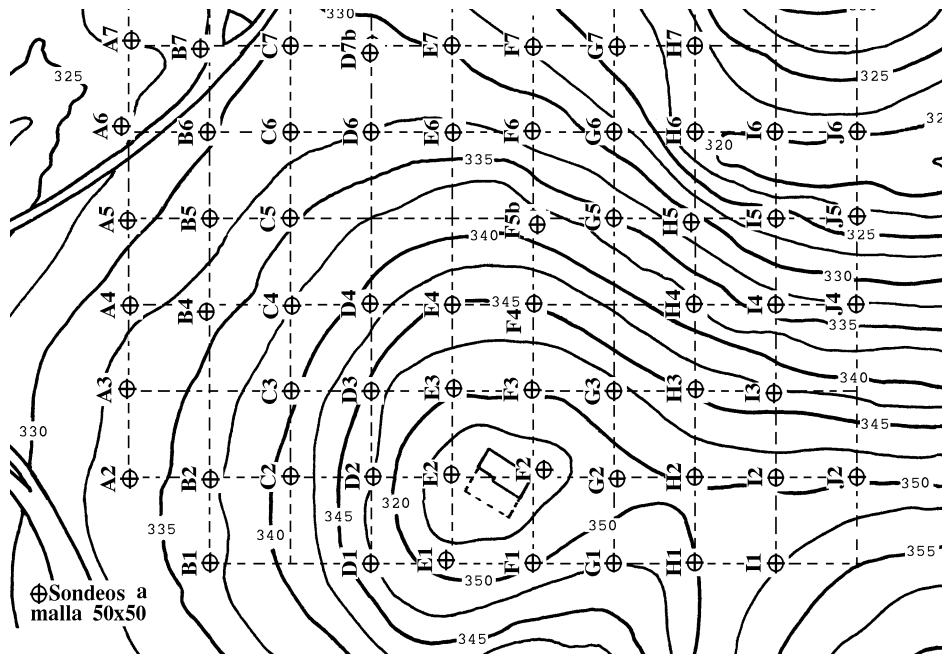


Fig. 15.3. Malla de sondeos de investigación

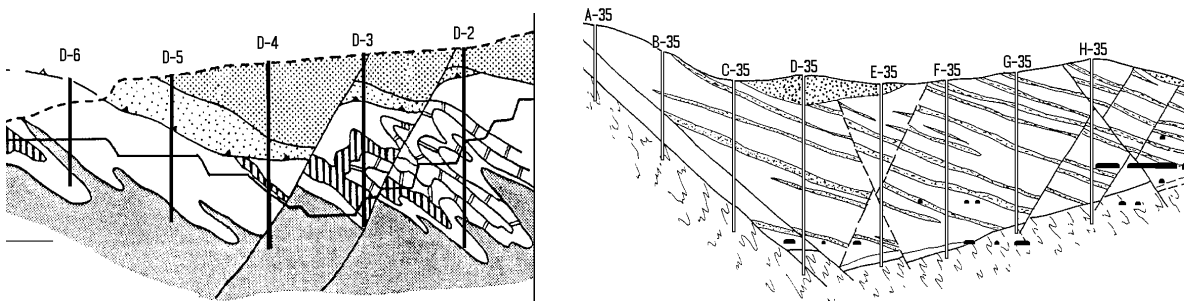


Fig. 15.4. Cortes geológicos

Antes de perforar cada sondeo, su situación teórica dentro de la malla debe replantearse y marcarse en el terreno, siguiendo los procedimientos clásicos de

replanteo de puntos y alineaciones rectas, con apoyo en la red de vértices trigonométricos y topográficos. Los sondeos se realizan sobre el terreno virgen por lo que, en muchos casos, los accidentes del mismo impiden que la máquina sondeadora se posicione exactamente sobre el punto replanteado. Una vez efectuado cada sondeo es preciso levantar su situación real, por intersección o itinerario.

Una vez finalizada la campaña se elabora una cartografía geológica local, completada por el levantamiento de fallas, afloramientos, etc. Finalmente se realiza un modelo geológico tridimensional, integrando toda la información geológica y topográfica. Este modelo se materializa en una serie de secciones paralelas y equidistantes, que pueden ser horizontales o verticales (figura 15.4).

15.3.2.- Modelización y diseño de la explotación

La siguiente fase consiste en la elaboración de un modelo completo del yacimiento, integrando la información geológica, análisis de muestras de sondeos, tests mineralúrgicos y otros datos de interés, además de la información topográfica.

La tendencia actual (figura 15.5) es utilizar modelos numéricos (o discretizados) dividiendo el yacimiento en bloques de base cuadrada o rectangular y de altura igual a la de banco, definidos por las coordenadas espaciales de sus centros y cuyos parámetros (leyes, leyes recuperables, potencias, etc.) se estiman, a partir de la información de los sondeos, por procedimientos matemáticos o geomatemáticos con ayuda del ordenador. Las dimensiones y la orientación de la malla de bloques dependerán de las de la malla de sondeos y de las características del yacimiento (tamaño, continuidad, etc. de los cuerpos mineralizados).

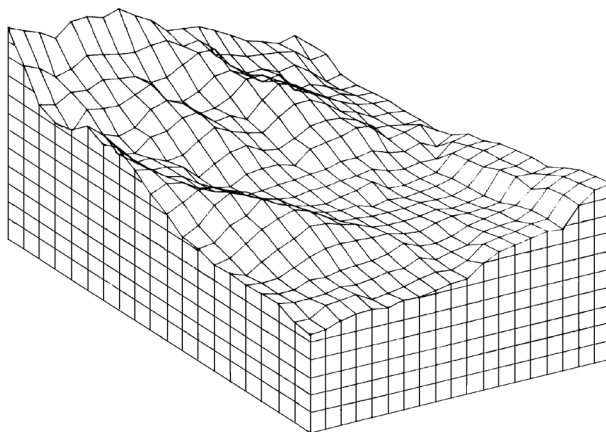


Fig. 15.5. Modelo de bloques

Con modelos de este tipo resulta muy adecuado disponer de la topografía superficial en un formato similar, lo que nos lleva a la elaboración de un modelo digital de elevaciones (MDE, figura 15.6) basado en una red de puntos que coincidirá, en planta, con la de bloques del modelo del yacimiento o será un submúltiplo de ella.

Modelo del yacimiento	Modelo topográfico
Morfológico	Continuo (curvas de nivel)
Numérico	Numérico (MDE)

Normalmente, las direcciones del MDE y las de la red de bloques se harán coincidir con las direcciones principales de la malla de sondeos de investigación. En

esta etapa es frecuente trabajar en coordenadas locales, con ejes cartesianos paralelos a estas direcciones principales.

El diseño del vaso de explotación y de los accesos se hará por procedimientos que pueden ir desde los puramente automáticos (algoritmos matemáticos) a los manuales y se basan en criterios económicos y mineros. Se obtendrá una serie de diseños, de entre los cuales se elige el más conveniente. El diseño del vaso debe repercutirse hasta la superficie del terreno, para determinar su intersección con ella y el volumen total de tierras a extraer. Dentro de cada proyecto se calculan los tonelajes de mineral y estéril. La cubicación se efectuará por procedimientos automáticos (conteo de bloques) o manuales (sobre secciones verticales o sobre curvas de nivel).

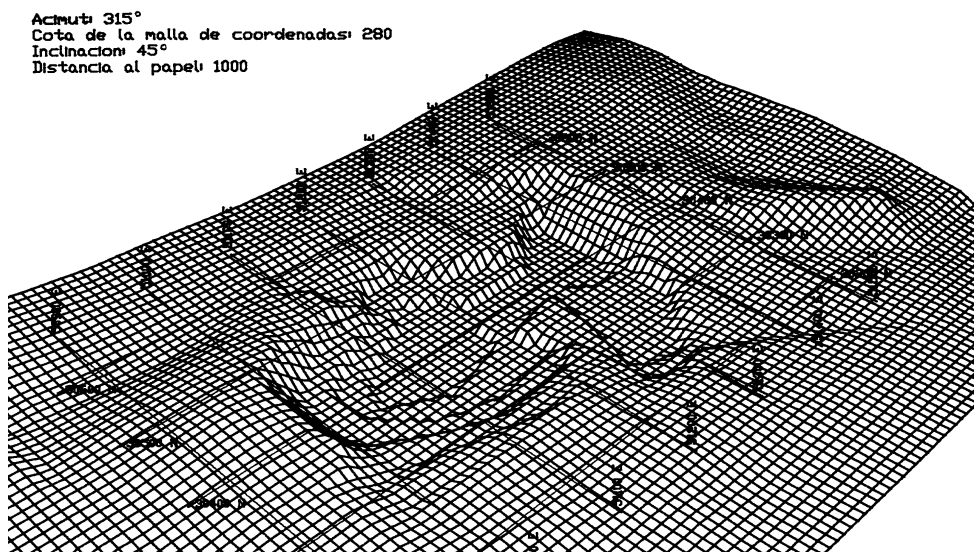


Fig. 15.6. Representación de un modelo digital del terreno

El diseño de vertederos, por su parte, supone:

- Elegir su ubicación: Se aplican criterios económicos y medioambientales.
- Calcular su capacidad.
- Diseñar el sistema de vertido, los accesos, etc.

Los planes de restauración también se elaboran en esta etapa. Los trabajos de restauración no van a ponerse en marcha cuando se agote el yacimiento sino, preferiblemente, en paralelo a la marcha de la mina. Se basan en la cartografía inicial y en el diseño del vaso y de los vertederos y suponen:

- Relleno de huecos de la explotación.
- Suavizado de taludes en corta y vertederos.
- Infraestructuras, etc.

El proyecto debe estudiarse cuidadosamente para minimizar impactos, no sólo cuando termine la explotación sino también durante la vida de la misma. Los planes de restauración suelen plasmarse sobre planos a distintas escalas, pero también

se emplean otros soportes: planos-esquema mostrando las fases del plan, ortofotos, maquetas, etc.

15.3.3.- Proyectos de instalaciones, accesos, transportes, líneas eléctricas

Se trata de proyectos puntuales aunque, con frecuencia, de gran envergadura. Se apoyan en levantamientos topográficos a distintas escalas e implican a técnicos de distintas especialidades, según su naturaleza. Puede tratarse de instalaciones nuevas o de modificación de otras ya existentes.

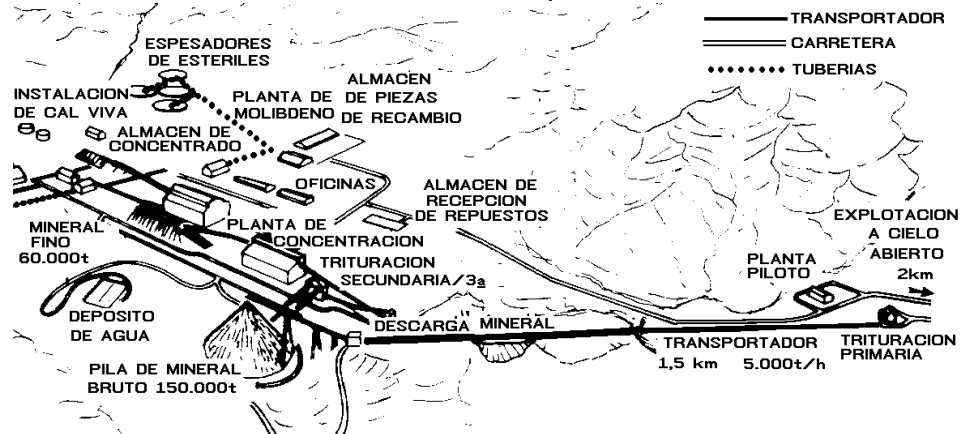


Fig. 15.7. Instalaciones de una mina de cobre

Los trabajos topográficos necesarios son los propios de cualquier proyecto de ingeniería civil: levantamientos, replanteos, nivelaciones, etc.

15.4.- TRABAJOS TOPOGRÁFICOS EN LA FASE DE PRODUCCIÓN

Estos trabajos suelen tener un carácter sistemático y una periodicidad fija, que depende de las características de la explotación. El factor tiempo suele tener una importancia grande.

15.4.1.- Levantamiento de frentes de trabajo y vertederos

Suele realizarse mensualmente, coincidiendo con el fin de mes y, por tanto, con los trabajos de planificación a corto plazo de la explotación minera. El levantamiento de frentes constituye una operación crítica, ya que:

- Existe una importante limitación de tiempo: Se realizan en momentos muy concretos y en poco tiempo, ya que suelen condicionar la planificación a corto plazo.
- No deben alterar el ritmo de producción. Esto puede presentar problemas en frentes que estén activos en el momento de realizar el levantamiento.

Estos trabajos deben planificarse cuidadosamente, comprobando que toda la infraestructura topográfica necesaria (vértices) está operativa y estableciendo los apoyos topográficos necesarios en cada caso. La organización de los trabajos se hará con pocos días de antelación, ya que sólo entonces puede conocerse cuál va a ser la

situación aproximada de frentes y vertederos y cuáles van a ser, por tanto, las necesidades en cuanto a infraestructuras topográficas.

Las escalas suelen oscilar entre 1:2.500 y 1:500, dependiendo de la utilización que vaya a darse a los planos obtenidos. Se han descrito distintas formas de realizar estos trabajos, entre ellas:

- Taquimetría, con itinerarios encuadrados aproximadamente paralelos al frente y situados a cierta distancia del mismo. Las estaciones extremas estarán marcadas en el terreno y se habrán levantado previamente (normalmente, por intersección). Las estaciones del itinerario pueden estar marcadas de antemano y servirán para levantar por radiación los puntos de interés. Se levantan puntos de la cabeza y el pie del banco. Si el avance es reducido, se puede levantar desde una sola estación.
- Fotogrametría terrestre: Las bases se sitúan fuera de la zona de actividad y se levantan con antelación. Las señales se colocan en el momento de tomar los fotogramas y se levantan desde los puntos de la base. Por este sistema se pueden trazar curvas de nivel, además de las líneas de cabeza y pie de banco.
- Sistemas GNSS: La medición de los puntos de interés se realiza de la forma habitual o completando, incluso sustituyendo, la red de satélites GNSS por estaciones fijas situadas en puntos bien elegidos de la explotación.

Los resultados se emplean para cubicar los volúmenes de mineral y estéril extraídos, pero también para actualizar los planos sobre los que se realiza la planificación a corto plazo y que sirven de guía para la operación minera. En estos planos se incorpora la información geológico-minera del control de leyes o del proyecto. También se emplean para actualizar el inventario de reservas y para otros tipos de aplicaciones (figura 15.8).

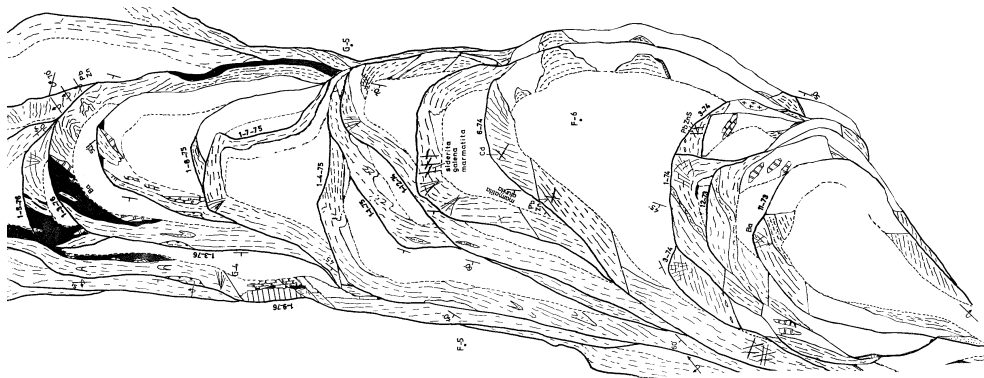


Fig. 15.8. Evolución de los frentes de una corta (SMMPE)

15.4.2- Sondeos de control de leyes. Barrenos de voladura

En muchas explotaciones se precisa un control geológico-minero más preciso que el que proporciona el proyecto, lo que obliga a efectuar sondeos de control de leyes, a malla más cerrada que la de investigación y submúltiplo de ella. Estos sondeos se perforan una vez retirado el estéril de recubrimiento, por lo que no

suele haber problemas para situarlos exactamente en sus posiciones teóricas. La malla de sondeos se replantea y se marca sobre el terreno, empleando los métodos ya conocidos.

En otros casos es suficiente con analizar los detritus de los barrenos de voladura. Esto supone levantar topográficamente la situación de cada barreno, operación para la que se suele disponer de poco tiempo.

En ocasiones se marcan sobre el terreno los barrenos, según su malla teórica, para facilitar el control de las voladuras. Esto supone levantar previamente el frente y replantear la malla según la forma del mismo. En el caso de barrenos inclinados conviene marcar la situación del barreno y una línea perpendicular al frente (por cada barreno) que permita a la máquina perforadora posicionarse correctamente.

A partir de los análisis realizados sobre muestras de sondeos de control de leyes o de barrenos se determinan, sobre plano, las separatrices entre zonas de mineral y de estéril. En ocasiones, estas líneas se marcan sobre el terreno, para facilitar la tarea del equipo de producción y evitar pérdidas y polución del mineral. También en este caso son de aplicación las técnicas de replanteo.

15.4.3- Control de estabilidad de taludes

Además de los controles de tipo geotécnico, interesa en ocasiones efectuar un seguimiento de los posibles movimientos en los taludes de la explotación. Se emplean los métodos de intersección y trilateración para el levantamiento de puntos aislados del talud o la fotogrametría terrestre para el levantamiento del talud completo.

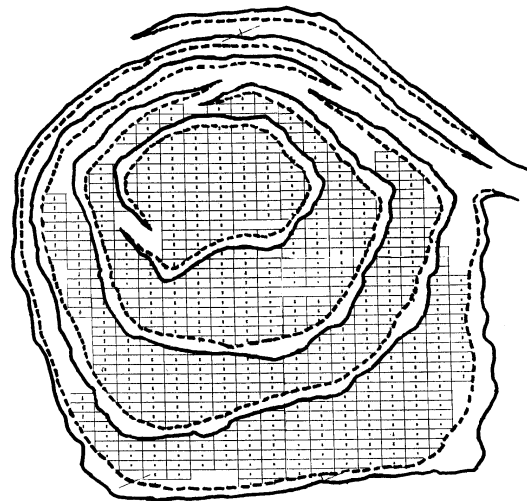


Fig. 15.9. Bloques de control de leyes

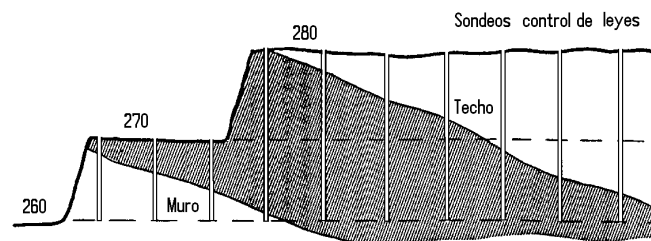


Fig. 15.10. Sondeos de control de leyes

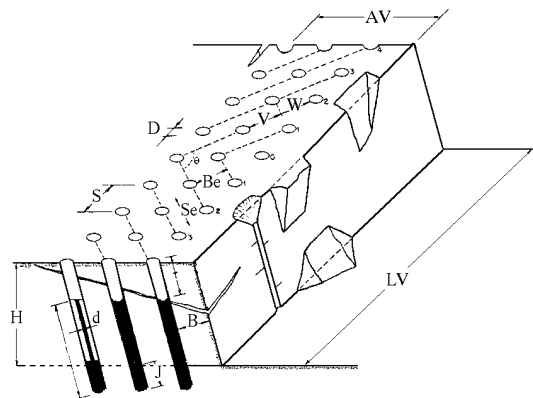


Fig. 15.11. Barrenos

Los métodos de micro-geodesia permiten precisiones muy superiores, pero la fotogrametría permite levantar el talud completo, lo que a veces es muy conveniente. En caso necesario, ambas técnicas pueden combinarse entre sí. La frecuencia y el tipo de controles vendrán definidos por las características del talud a controlar, por la precisión requerida y por los equipos disponibles.

15.4.4- Nivelación de plantas

La planificación minera se basa en las plantas teóricas de trabajo, en las que se habrá determinado cuáles son las zonas de mineral y de estéril. La explotación debe seguir estas plantas sin grandes desviaciones, ya que lo contrario supondrá una contaminación del mineral con estéril y una pérdida de reservas, al enviar erróneamente parte del mineral al vertedero.

En el caso de que existan minados en la zona, como resultado de una mina subterránea ya abandonada (figura 15.12), los trabajos de nivelación son fundamentales para poder situar los huecos con precisión y reducir el riesgo de accidentes.

Para evitar todos estos problemas conviene realizar una nivelación periódica de las plantas de trabajo a medida que avanzan los frentes. En algunos casos basta con una nivelación trigonométrica realizada junto con el levantamiento mensual de los frentes, pero en otros será necesario efectuar nivelaciones geométricas, incluso después de cada voladura, para corregir las posibles desviaciones en la voladura siguiente.

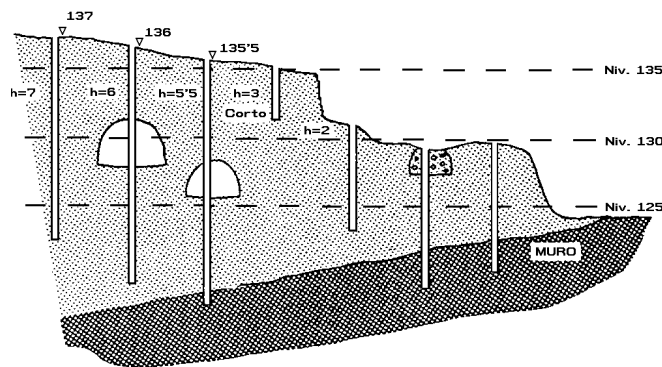


Fig. 15.12. Detección de minados

15.4.5- Restauración

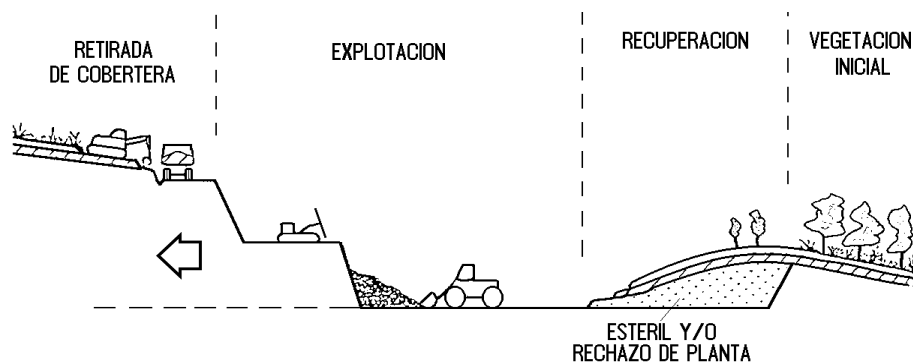


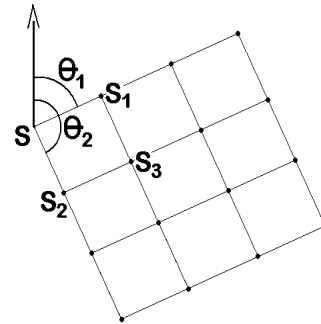
Fig. 15.13. Restauración de terrenos

Además de elaborar los planes de restauración, que es una de las etapas del proyecto, es preciso realizar un seguimiento topográfico de la ejecución de los mismos.

En ocasiones, cambios en las condiciones de la explotación, como el descubrimiento de nuevas zonas mineralizadas, obligarán a actualizar y completar estos planes. En todos los casos, el equipo topográfico de la explotación minera jugará un papel importante en esta fase.

15.5- EJERCICIOS

15.5.1.- Conocidas las coordenadas ($X=100$; $Y=100$) del sondeo que ocupa una de las esquinas de una malla de control de leyes de 10×10 m, calcula las coordenadas de los tres sondeos más próximos a él sabiendo las orientaciones de las dos direcciones principales de la malla:



$$\theta_1 = 74^{\circ}32^m ; \theta_2 = 174^{\circ}32^m$$

Llamamos S al primer sondeo y S_1 , S_2 y S_3 a los tres sondeos más próximos a él, según el croquis adjunto. Las distancias reducidas entre sondeos de la misma alineación (D_{SS1} , D_{SS2} , D_{S1S3} , etc.) son de 10 m. Dados los acimutes θ_1 y θ_2 que corresponden a las direcciones principales de la malla, tenemos:

$$X_{S1} = X_S + D_{SS1} \operatorname{sen} \theta_1 = 100,000 + 10,000 \operatorname{sen} 74,32^{\circ} = 109,197 \text{ m}$$

$$Y_{S1} = Y_S + D_{SS1} \cos \theta_1 = 100,000 + 10,000 \cos 74,32^{\circ} = 103,925 \text{ m}$$

$$X_{S2} = X_S + D_{SS2} \operatorname{sen} \theta_2 = 100,000 + 10,000 \operatorname{sen} 174,32^{\circ} = 103,925 \text{ m}$$

$$Y_{S2} = Y_S + D_{SS2} \cos \theta_2 = 100,000 + 10,000 \cos 174,32^{\circ} = 90,803 \text{ m}$$

Para calcular las coordenadas de S_3 tenemos en cuenta que:

$$D_{S1S3} = 10 \text{ m} \quad \theta_{S1}^{S3} = \theta_2 = 174,32^{\circ}$$

$$X_{S3} = X_{S1} + D_{S1S3} \operatorname{sen} \theta_2 = 109,197 + 10,000 \operatorname{sen} 174,32^{\circ} = 113,123 \text{ m}$$

$$Y_{S3} = Y_{S1} + D_{S1S3} \cos \theta_2 = 103,925 + 10,000 \cos 174,32^{\circ} = 94,728 \text{ m}$$

15.5.2.- Se necesita replantear una malla de sondeos cuadrada (50×50 m). Se conocen las coordenadas planas del primer sondeo ($X_S = 200$; $Y_S = 300$) y las orientaciones de las direcciones principales de la malla $\theta_1 = 27^{\circ}$ y $\theta_2 = 127^{\circ}$. Calcula los datos necesarios para realizar el replanteo de este primer sondeo y de los dos más próximos a él. El replanteo se hará por ángulos y distancias, a partir de una estación E materializada en el terreno ($X_E = 100$; $Y_E = 100$) en la que se estaciona y se orienta una estación total.

Llamamos S , S_1 y S_2 a los tres sondeos. Actuando como en el ejercicio anterior se calculan las coordenadas totales de los sondeos:

$$X_{S1} = X_S + D_{SS1} \operatorname{sen} \theta_1 = 220,576 \text{ m}$$

$$Y_{S1} = Y_S + D_{SS1} \cos \theta_1 = 345,570 \text{ m}$$

$$X_{S2} = X_S + D_{SS2} \text{ sen } \theta_2 = 245,570m$$

$$Y_{S2} = Y_S + D_{SS2} \text{ cos } \theta_2 = 279,424m$$

Para replantear los tres puntos se necesita calcular las distancias reducidas y los acimutes de las alineaciones que forma cada uno de ellos con la estación E.

Datos del replanteo sondeo S:

$$\theta_E^S = \text{arc tg} \frac{|X_S - X_E|}{|Y_S - Y_E|} = 29,517^g$$

$$D_{ES} = \sqrt{(X_S - X_E)^2 + (Y_S - Y_E)^2} = 223,607m$$

Datos del replanteo sondeo S₁:

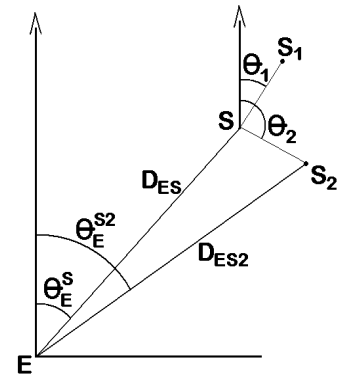
$$\theta_E^{S1} = \text{arc tg} \frac{|X_{S1} - X_E|}{|Y_{S1} - Y_E|} = 29,057^g$$

$$D_{ES1} = \sqrt{(X_{S1} - X_E)^2 + (Y_{S1} - Y_E)^2} = 273,575m$$

Datos del replanteo sondeo S₂:

$$\theta_E^{S2} = \text{arc tg} \frac{|X_{S2} - X_E|}{|Y_{S2} - Y_E|} = 43,392^g$$

$$D_{ES2} = \sqrt{(X_{S2} - X_E)^2 + (Y_{S2} - Y_E)^2} = 231,049m$$



16. HUNDIMIENTOS MINEROS

16.1. INTRODUCCIÓN

El titular de una explotación subterránea es responsable de las repercusiones que la actividad minera pueda producir en edificaciones, infraestructuras, etc. situadas en superficie. Los hundimientos y sus repercusiones en superficie dependen de muchos factores: geometría de la explotación minera, profundidad de las labores, naturaleza de los terrenos atravesados, etc. Por eso, prever cuáles serán los efectos que va a provocar una futura explotación puede resultar muy complicado.

En cualquier caso, una vez producido un hundimiento será necesario cuantificarlo e intentar relacionarlo con los trabajos de interior para delimitar las responsabilidades y las correspondientes indemnizaciones, especialmente en zonas en las que existan varias explotaciones mineras próximas.

16.2. NATURALEZA DE LOS DAÑOS

Los terrenos permeables suelen sufrir pocos efectos. En los poco o nada permeables se forman depresiones en las que pueden producirse inundaciones que los hacen inadecuados para la agricultura.

Las edificaciones muestran grietas que pueden ser importantes y provocar el derrumbamiento de techos y muros.

Las vías de comunicación pueden presentar variaciones importantes en su perfil longitudinal. Se producen movimientos y roturas de losas y pavimentos, así como alteraciones en los sistemas de drenaje. Los efectos pueden ser muy importantes en vías férreas.

Las canalizaciones pueden llegar a romperse o, en otros casos, ser movidas o empujadas fuera del suelo por compresión horizontal.

16.3. MOVIMIENTOS DEL TERRENO DEBIDOS A UNA EXPLOTACIÓN SUBTERRÁNEA

Los movimientos en superficie, motivados por una explotación subterránea, pueden provocar problemas considerables, afectando a edificios e infraestructuras, creando depresiones donde se acumulan las aguas de aluvión o desecando los terrenos afectados.

Las repercusiones dependen de las condiciones de la explotación, de la profundidad y de las características geológicas de los terrenos afectados. En yacimientos estratificados, en capas de gran potencia o en el caso de rocas encajantes poco competentes, los efectos serán grandes; en capas de poca potencia, a gran profundidad o en el caso de rocas competentes, los efectos serán pequeños o nulos. Los movimientos pueden ser complejos y las zonas más críticas corresponden, en superficie, a los bordes del área afectada.

Supongamos una capa de carbón explotada por el método de hundimientos, en la que los huecos creados por la explotación se rellenan con materiales desprendidos del techo de la capa. Si el esponjamiento de los materiales desprendidos es de $1,4$, el hueco que producen será igual al vacío inicial dividido por este valor. El nuevo hueco se rellenará, a su vez, con nuevos materiales desprendidos, siguiendo esta misma regla. El hundimiento irá progresando, de manera que el volumen total de terreno desprendido será la suma de los términos de una progresión geométrica decreciente e ilimitada, cuyo primer término es el hueco inicial y donde la razón de decrecimiento es la relación $1/1,4$.

La zona hundida tendrá una forma irregular, que podemos asimilar a la de una pirámide cuya base será el hueco inicial. Si las labores subterráneas se encuentran a una profundidad h inferior a la altura de esta pirámide, el hundimiento se declarará en superficie bruscamente, con una forma parecida a la de un cono invertido (figura 16.1).

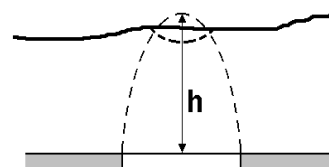


Fig. 16.1. Forma de la zona hundida (1)

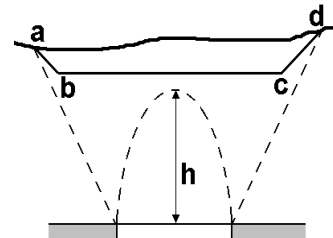


Fig. 16.2. Forma de la zona hundida (2)

Si las labores se encuentran a una profundidad superior a h el hundimiento se manifestará en forma de artesa $abcd$ (figura 16.2). Si la altura es grande los efectos pueden tardar varios años en manifestarse. El hundimiento irá progresando con el tiempo y la artesa irá creciendo en profundidad y extensión hasta que se restablezca el equilibrio de los terrenos afectados. Las zonas críticas corresponden, precisamente, a los bordes de la artesa, en los que los terrenos pueden perder la horizontalidad y los efectos sobre las construcciones situadas en superficie serán máximos.

La zona afectada por el hundimiento tendrá una superficie mayor que la proyección horizontal de la labor minera que lo provoca. Aparecerán efectos de tracción (desgarramiento) hacia los bordes de la zona y efectos de compresión en su parte central. Las rectas que unen los puntos del límite de la labor con los correspondientes del límite de la zona afectada forman, con un plano

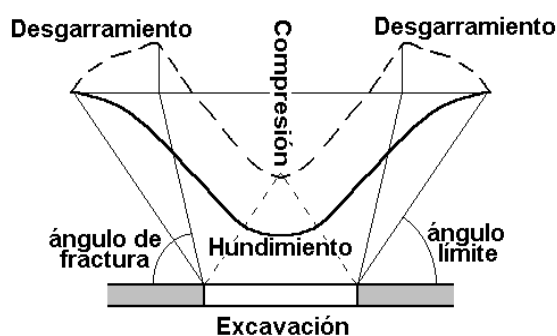


Fig. 16.3. Características del hundimiento (1)

horizontal, el llamado *ángulo límite*. Las rectas que unen los puntos límite de la explotación con aquellos de la superficie en que se producen los máximos efectos por desgarramiento forman, con un plano horizontal, el llamado *ángulo de fractura* (figura 16.3).

Las características del hundimiento van a depender de la profundidad de la labor y del valor del ángulo límite. Si al llevar los ángulos límite desde los extremos de nuestra labor hacia el interior de la zona afectada las rectas correspondientes se cortan por debajo de la superficie del terreno, nos encontramos en el caso de la figura 16.3. En los bordes de la zona afectada dominan los efectos de desgarramiento, mientras que en el interior dominan los de compresión y algunos movimientos laterales.

Si las rectas se cortan justo en la superficie del terreno (figura 16.4), se tendrá una cubeta de hundimiento con efectos de desgarramiento similares a los del caso anterior pero con una zona central mayor y en la que se darán efectos de compresión menos acusados.

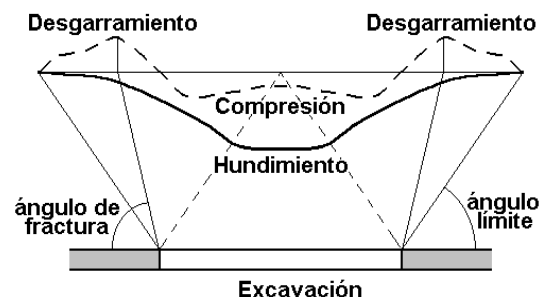


Fig. 16.4. Características del hundimiento (2)

Cuando las rectas se cortan por encima de la superficie del terreno (figura 16.5), los efectos de desgarramiento y compresión se limitarán a los bordes de la zona afectada, mientras que la zona central sufrirá un hundimiento uniforme y no se verá sometida a movimientos laterales.

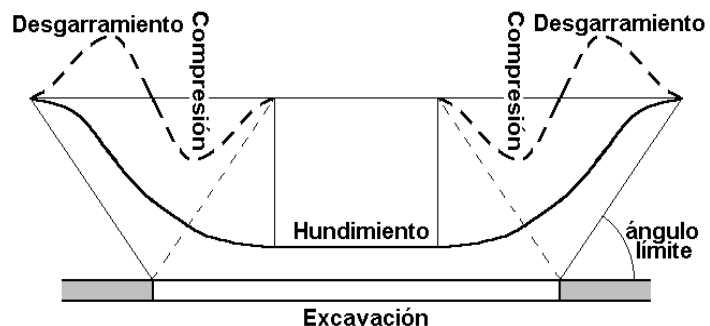


Fig. 16.5. Características del hundimiento (3)

Las observaciones realizadas en hundimientos mineros confirman que las deformaciones producidas tienen un comportamiento similar al de un material deformable sometido a cargas. Aunque los valores obtenidos en cada caso dependerán de las condiciones particulares del mismo, la forma de estos diagramas de deformación es siempre idéntica.

Si representamos en el eje vertical las deformaciones producidas y en el horizontal el tiempo transcurrido hasta que se produce la deformación, obtendremos un diagrama similar al de la figura 16.6. La curva presenta una

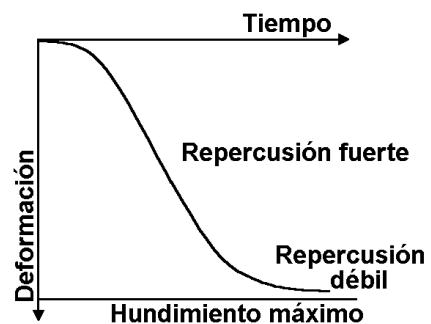


Fig. 16.6. Deformaciones / tiempo

asíntota horizontal que corresponde al hundimiento máximo y, por tanto, al restablecimiento del equilibrio en los terrenos.

Al principio, durante un periodo que puede alcanzar varios meses, los movimientos son imperceptibles. A continuación aparece un periodo de repercusión fuerte, que puede durar varios años. Le sigue un periodo de débil repercusión que puede llegar a durar centenares de años, hasta que el hundimiento alcanza su forma definitiva. La forma en que evolucionan los hundimientos con el tiempo ha de tenerse en cuenta a la hora de reparar los daños causados en superficie, ya que, en tanto no se alcance la fase de débil repercusión, pueden seguir produciéndose efectos.

16.4. CÁLCULO DE HUNDIMIENTOS Y MACIZOS DE PROTECCIÓN

Muchas empresas mineras han desarrollado métodos empíricos para prever los efectos de los hundimientos mineros. Estos métodos están basados en la experiencia y pueden proporcionar buenas estimaciones, a condición de que se apliquen en condiciones similares a aquellas para los que fueron desarrollados. Por desgracia, como hemos visto, los efectos de los hundimientos dependen, en gran medida, de estas condiciones. La existencia de discontinuidades geológicas, además, puede invalidar los resultados de cualquiera de estos métodos.

También se han propuesto métodos analíticos, a partir del desarrollo de la Mecánica de Rocas, en los que no entramos por no ser objeto de nuestra materia.

Robert Taton, en su libro *Topografía Subterránea*, proponía un método empírico de cálculo que denomina *método de trazado teórico*. El autor supone que la zona afectada corresponderá, aproximadamente, a la forma de una pirámide invertida. Desde los extremos de la labor minera se trazan unos planos con una inclinación de 30° , respecto a la vertical, para los terrenos primarios y de 45° para los terrenos recientes. La intersección de estos planos con el terreno nos determinará la posible área de influencia del hundimiento. El efecto máximo en superficie puede calcularse mediante la expresión:

$$d = \frac{k a p}{\cos i}$$

donde i es la inclinación de la labor respecto a la horizontal, k es un coeficiente variable de 0 a 1 según la profundidad, a es un coeficiente de reducción de las capas y p es la potencia de las mismas.

Luis Fernández, en su libro *Topografía Minera*, propone un método contrastado por su experiencia en la empresa Duro-Felguera. Se basa en una tabla en la que se entra con la inclinación i de la labor respecto a la horizontal y se obtienen los valores de los ángulos límites A y B.

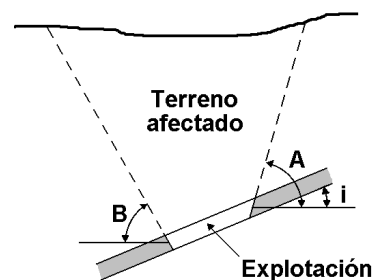


Fig. 16.7. Zona de influencia (ángulos límite)

Inclinación i	A	B
0°	$70^{\circ}00'$	$70^{\circ}00'$
10°	$72^{\circ}30'$	$67^{\circ}30'$
20°	$74^{\circ}45'$	$65^{\circ}15'$
30°	$77^{\circ}00'$	$63^{\circ}00'$
40°	$78^{\circ}45'$	$61^{\circ}15'$
50°	$79^{\circ}45'$	$60^{\circ}15'$
60°	$79^{\circ}30'$	$60^{\circ}30'$
70°	$78^{\circ}00'$	$62^{\circ}00'$
80°	$74^{\circ}45'$	$65^{\circ}15'$
90°	$70^{\circ}00'$	$70^{\circ}00'$

La zona de influencia se determina teniendo en cuenta que A es el ángulo límite que corresponde al punto más alto de la explotación y B el que corresponde al punto más bajo. Estos valores se trazan sobre secciones verticales del yacimiento, tal como se muestra en la figura, y nos permitirán prever la zona afectada por nuestra explotación o si un determinado punto de la superficie está situado dentro de esta zona.

El mismo método puede emplearse para determinar el macizo de protección (parte del yacimiento que se deja sin explotar) para evitar efectos en determinadas zonas de la superficie que se desea proteger. Como antes, lo aplicaremos gráficamente sobre secciones verticales del yacimiento.

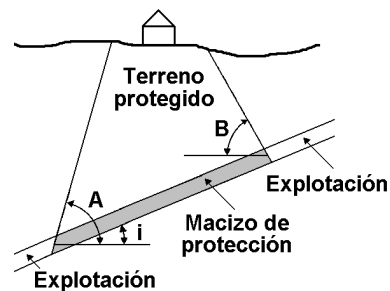


Fig. 16.8. Macizo de protección

16.5. CONTROL TOPOGRÁFICO DE HUNDIMIENTOS MINEROS

El seguimiento topográfico de las deformaciones puede hacerse a partir de puntos materializados en el terreno y cuyas coordenadas X , Y y Z se han medido con la máxima precisión. Estos puntos se marcan y se miden antes de que comience la explotación y deben situarse fuera del área de influencia de la misma. A partir de esos puntos se miden las coordenadas de una serie de referencias fijas, situadas dentro de la posible zona de influencia. La coordenada Z es especialmente importante, por lo que conviene determinarla a partir de nivelaciones geométricas de precisión. La medición se puede repetir con cierta frecuencia, para detectar si se han producido movimientos.

Si empiezan a manifestarse los efectos de un hundimiento, se repetirán las mediciones con mayor frecuencia y siempre apoyándonos en los puntos exteriores, que no sufrirán deformación. Podemos determinar así, y trazar, las curvas de igual hundimiento, que nos determinarán los límites del área afectada y las zonas de mayor deformación.

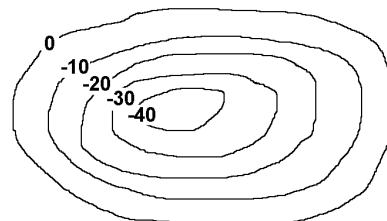


Fig. 16.9. Control topográfico (1)

Es importante realizar un control de deformaciones en el interior de las labores para intentar correlacionar los movimientos exteriores con los de interior. Existe, además de los métodos topográficos, una gran variedad de técnicas para controlar las deformaciones en techos, muros y columnas.

Si se sospecha que puedan superponerse los efectos de dos explotaciones mineras próximas, conviene trazar conjuntamente las curvas de igual deformación correspondientes a ambas explotaciones. Las zonas que se sitúan en la intersección de los dos sistemas de curvas estarían afectadas por ambas explotaciones y la responsabilidad de los daños producidos en esas zonas debe compartirse.

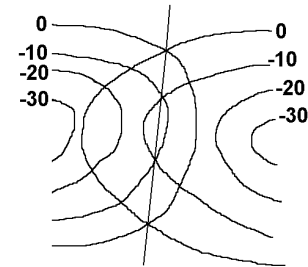
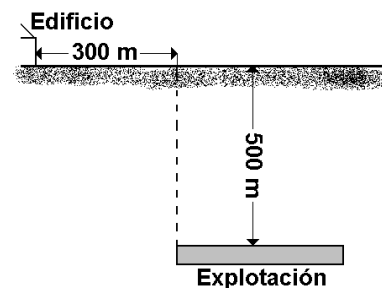


Fig. 16.10. Control topográfico (2)

16.6. EJERCICIOS

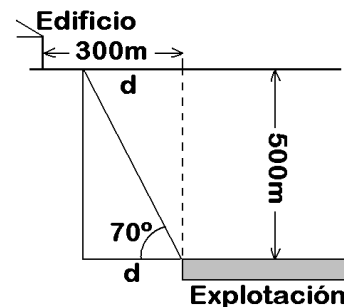
16.6.1.- Para estudiar la repercusión que una explotación minera de interior podría tener sobre determinado edificio situado en superficie, se trazó la sección por un plano vertical que pasa por el edificio y por la labor minera y es perpendicular a esta última. Con ayuda de la tabla que aparece en 16.4 y del croquis adjunto, determina si la edificación estaría o no dentro de la zona de influencia de la explotación.



Entrando en la tabla de 16.4 y teniendo en cuenta que la labor es horizontal ($i = 0^\circ$) se obtiene el ángulo límite $A = 70^\circ$ (sexagesimales). En la figura:

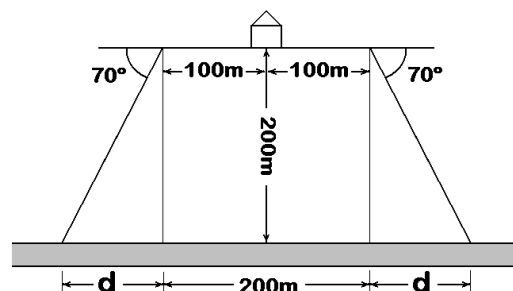
$$\operatorname{tg} 70^\circ = \frac{500\text{ m}}{d} \quad d = 181,985\text{ m}$$

La distancia d marca el límite de la zona de influencia de la labor. Como d es menor que la distancia horizontal entre el edificio y el punto de la labor más próximo a él (300m), se deduce que el edificio no está dentro de la zona de influencia de la explotación.



16.6.2.- Determina el macizo de protección que habría que considerar en un yacimiento horizontal, situado a 200 m de profundidad, para proteger una zona de 100 m alrededor de una edificación.

Entrando en la tabla de 16.4 y teniendo en cuenta que la labor es horizontal ($i = 0^\circ$) se obtienen los ángulos límites $A = B = 70^\circ$ (sexagesimales). En la figura:



$$\operatorname{tg} 70^{\circ} = \frac{200m}{d} \quad d = 72,794m$$

El macizo de protección que hay que dejar para proteger una zona de $100m$ a cada lado del centro del edificio sería, por tanto:

$$200 + 2 d = 345,588m$$

17. INTRUSIÓN DE LABORES.

17.1.- INTRODUCCIÓN

Se conoce por *intrusión* el hecho de que en una explotación minera, a cielo abierto o subterránea, se realicen indebidamente labores fuera del perímetro de sus concesiones. Cuando la intrusión se produce en un terreno franco, que no pertenece a otro concesionario, el explotador suele solicitar a la Administración la concesión de ese nuevo terreno, generalmente en forma de demasía. En este caso, el problema se resolvería legalizando la situación del terreno. Si la intrusión se produce en una concesión colindante otorgada a otro concesionario, el responsable deberá indemnizarlo por el mineral que se haya extraído indebidamente y también por los perjuicios que se haya podido ocasionar en el criadero, que dificultan y pueden llegar a imposibilitar la explotación de una parte del mismo.

Para evitar la intrusión es fundamental realizar sistemáticamente el levantamiento de los frentes de trabajo y llevar los planos al día, especialmente cuando se estén explotando zonas próximas al linde de la concesión. En estos planos deben figurar las labores y el perímetro de la concesión minera.

Cuando se sospeche que se ha cometido una intrusión se debe actualizar el levantamiento de todas las labores de la zona. Podremos comprobar así si existe un problema de este tipo y cuál es su magnitud. Asimismo, podremos determinar el correspondiente volumen de mineral, para poder cuantificar las indemnizaciones pertinentes. Este trabajo suelen hacerlo topógrafos de las dos partes afectadas y, en caso necesario, también de la Administración.

El levantamiento de la zona afectada se lleva a un plano donde figuren los límites de las concesiones y, sobre él, se determinan las características de la intrusión.

17.2.- TOMA DE DATOS

Los datos correspondientes a los límites de los registros mineros afectados se conocen de antemano. Se debe disponer de las coordenadas UTM de cada una de las esquinas del perímetro de éstas.

El levantamiento de las labores en que se ha producido la intrusión se realiza tal como se explicó en los capítulos precedentes. Como hemos indicado, conviene calcular las coordenadas UTM de tantos puntos como sea necesario para poder calcular el volumen de material extraído.

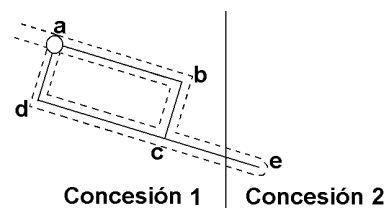


Fig. 17.1. Intrusión de labores

Para ello, relacionamos el levantamiento con las coordenadas de la red topográfica de la explotación, que, a su vez, estará relacionada con la red geodésica. A partir de las coordenadas de todos estos puntos podremos realizar los cálculos oportunos.

Así, a partir del itinerario de interior *abcd* de la figura 17.1 se podría levantar toda la labor *c-e*, una parte de la cual corresponde a la intrusión.

17.3.- CÁLCULO DE LA INTRUSIÓN

17.3.1.- Intrusión de labores subterráneos

En primer lugar, representamos los datos del levantamiento de labores en el plano de concesiones, para confirmar que se ha producido la intrusión.

Supongamos conocidas las coordenadas de los puntos *P* y *P'* del perímetro de la concesión en la zona de la intrusión (figura 17.2). Supongamos también conocidas las coordenadas de los puntos *c* y *e*, el segundo de los cuales es exterior a dicho perímetro. Vamos a calcular las coordenadas del punto *i*, a partir del cual empieza la intrusión.

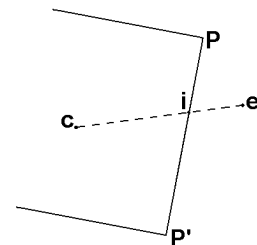


Fig. 17.2. Cálculo de la intrusión

Este punto corresponde a la intersección de las rectas *P-P'* y *c-e*. Calculados los acimutes $\theta_P^{P'}$ y θ_c^e de ambas, será:

$$X_i = X_c + D_{ci} \operatorname{sen} \theta_c^e = X_P + D_{Pi} \operatorname{sen} \theta_P^{P'}$$

$$Y_i = Y_c + D_{ci} \cos \theta_c^e = Y_P + D_{Pi} \cos \theta_P^{P'}$$

Procediendo como en 13.3.1., llegamos a:

$$D_{Pi} = \frac{Y_c - Y_P + (X_P - X_c) \cot g \theta_c^e}{\cos \theta_P^{P'} - \cot g \theta_c^e \operatorname{sen} \theta_P^{P'}}$$

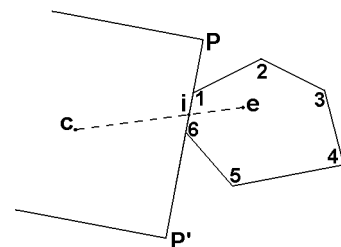


Fig. 17.3. Intrusión: labores de interior

Conocida la distancia D_{Pi} calculamos las coordenadas de *i* y la longitud del tramo *i-e* correspondiente a la intrusión.

Para calcular el volumen de tierras correspondiente a la intrusión habremos determinado, desde *c* y *e*, las coordenadas *X*, *Y* y *Z* de un número suficiente de puntos.

Con estos datos trazaremos una serie de perfiles, horizontales o verticales, y calcularemos el volumen de tierras aplicando el método de los perfiles. En caso necesario, habrá que tomar los datos suficientes para realizar por separado el cálculo de los volúmenes de mineral y de estéril.

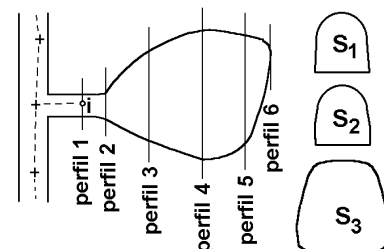


Fig. 7.4. Cubicación: labores de interior

Para calcular la superficie horizontal comprendida entre los puntos 1, 2 ... 6, también se puede aplicar la expresión:

$$S = \left| (X_1 - X_2) \frac{Y_1 + Y_2}{2} + (X_2 - X_3) \frac{Y_2 + Y_3}{2} + \dots + (X_6 - X_1) \frac{Y_6 + Y_1}{2} \right|$$

17.3.2.- Intrusión de labores a cielo abierto

El levantamiento de las labores de la zona afectada se hace de la forma que ya conocemos. Los datos correspondientes se llevan al plano que representa los límites del perímetro del registro minero, para determinar si ha habido intrusión.

En este caso, para determinar el movimiento de tierras que se ha efectuado, tendremos que tener en cuenta la topografía inicial de la zona afectada. Si hemos medido un número suficiente de puntos, podremos realizar la cubicación por el método de los perfiles. Se trata de calcular el volumen de tierras, exterior al perímetro de la concesión, comprendido entre la topografía inicial y las labores realizadas.

Es posible que una parte significativa de estas tierras sea estéril y no corresponda indemnización por ella. Para determinar el volumen de mineral habrá que reconstruir, sobre el plano, la forma del cuerpo mineralizado, su potencia, etc. Para ello, cuando se realice el levantamiento de los frentes conviene levantar también las separatrices entre mineral y estéril que sean visibles en ellos, de forma que el cálculo del movimiento de tierras se pueda hacer con más exactitud.

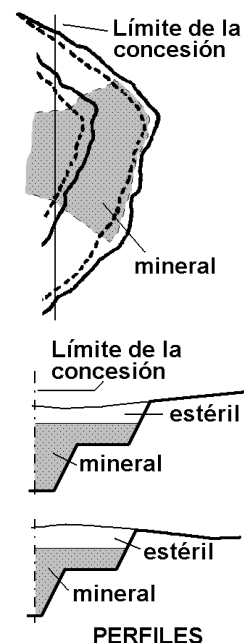


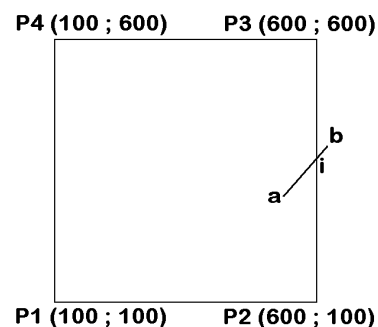
Fig. 17.5. Cubicación: cielo abierto

17.4.- EJERCICIOS

17.4.1.- Se conocen las coordenadas planas de las cuatro esquinas del perímetro de una concesión: P_1 (100 ; 100), P_2 (600 ; 100), P_3 (600 ; 600) y P_4 (100 ; 600). Desde un punto a (560 ; 300) se ha levantado el otro extremo de una galería recta $a-b$, cuyas coordenadas son b (620 ; 400). Se pretende saber si existe intrusión, cuáles son las coordenadas del punto en que comienza la intrusión y cuál es la longitud de la misma.

En la figura se ha representado la concesión y la galería $a-b$. Se aprecia que se ha producido una intrusión ya que el punto b es exterior a la concesión. Para conocer las coordenadas del punto i de comienzo de la intrusión se calculan los acimutes:

$$\theta_{P_3}^i = \theta_{P_3}^{P_2} = 200^\circ$$



$$\theta_a^i = \theta_a^b = \arctan \frac{|X_b - X_a|}{|Y_b - Y_a|} = 34,40^\circ$$

A continuación, se plantea el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas siguiente. Las incógnitas son las distancias D_{ai} y D_{P3i} :

$$\begin{aligned} X_i &= X_a + D_{ai} \operatorname{sen} \theta_A^i = X_{P3} + D_{P3i} \operatorname{sen} \theta_{P3}^i \\ Y_i &= Y_a + D_{ai} \cos \theta_A^i = Y_{P3} + D_{P3i} \cos \theta_{P3}^i \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema:

$$D_{P3i} = 233,323\text{m}$$

$$X_i = 600,000\text{m}$$

$$Y_i = 366,677\text{m}$$

La longitud de la intrusión es la distancia reducida entre i y b :

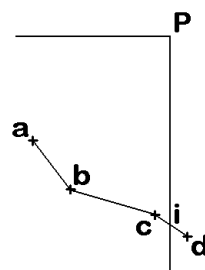
$$D_{ib} = \sqrt{(X_i - X_b)^2 + (Y_i - Y_b)^2} = 38,864\text{m}$$

17.4.2.- Se conocen las coordenadas planas de dos esquinas del perímetro de una concesión: P (1.000 ; 1.500) y P' (1.000 ; 1.000). Para determinar si se ha producido una intrusión, se ha realizado un itinerario colgado a-b-c-d a partir de un punto conocido a (938 ; 1.292) interior a la concesión. Desde a se dispone de una visual de acimut conocido $\theta_a^{a'} = 30,48^\circ$. Con la siguiente libreta de campo, calcula qué estaciones del itinerario exceden los límites de la concesión y cuáles son las coordenadas del punto a partir del cual se produce la intrusión.

Estación	Punto visado	L. acimutal	D. reducida
a	a'	302,85^g	
	b	31,97^g	30,00 m
b	a	17,11^g	
	c	180,34^g	40,00 m
c	b	86,76^g	
	d	301,19^g	20,00 m

Para resolver el itinerario es preciso transformar en acimutes las lecturas acimutales de la libreta de campo:

$$\begin{aligned} C_{Oa} &= \theta_a^{a'} - L_a^{a'} = -272,37^\circ \\ \theta_a^b &= C_{Oa} + L_a^b = -240,40^\circ (+ 400^\circ) = 159,60^\circ \\ \theta_b^a &= \theta_a^b \pm 200^\circ = 359,60^\circ \\ C_{Ob} &= \theta_b^a - L_b^a = 342,49^\circ \\ \theta_b^c &= C_{Ob} + L_b^c = 122,83^\circ \\ \theta_c^b &= \theta_b^c \pm 200^\circ = 322,83^\circ \\ C_{Oc} &= \theta_c^b - L_c^b = 236,07^\circ \\ \theta_c^d &= C_{Oc} + L_c^d = 137,26^\circ \end{aligned}$$



Las coordenadas de las estaciones del itinerario se calculan:

$$\begin{aligned}
 X_b &= X_a + D_{ab} \operatorname{sen} \theta_a^b = 955,786m \\
 Y_b &= Y_a + D_{ab} \cos \theta_a^b = 1.267,841m \\
 X_c &= X_b + D_{bc} \operatorname{sen} \theta_b^c = 993,241m \\
 Y_c &= Y_b + D_{bc} \cos \theta_b^c = 1.253,802m \\
 X_d &= X_c + D_{cd} \operatorname{sen} \theta_c^d = 1.009,912m \\
 Y_d &= Y_c + D_{cd} \cos \theta_c^d = 1.242,753m
 \end{aligned}$$

Se observa que el punto d es exterior a la concesión, ya que está al oeste de P . Para calcular sus coordenadas se actúa como en el ejercicio anterior:

$$\begin{aligned}
 \theta_P^i &= 200^g \\
 \theta_c^i &= \theta_c^d = 137,26^g \\
 X_i &= X_c + D_{ci} \operatorname{sen} \theta_c^i = X_P + D_{Pi} \operatorname{sen} \theta_P^i \\
 Y_i &= Y_c + D_{ci} \cos \theta_c^i = Y_P + D_{Pi} \cos \theta_P^i
 \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema:

$$\begin{aligned}
 D_{Pi} &= 250,677m \\
 X_i &= 1.000,000m \\
 Y_i &= 1.249,323m
 \end{aligned}$$

18. TOPOGRAFÍA DE TÚNELES

18.1.- INTRODUCCIÓN

Los túneles son obras subterráneas destinadas, normalmente, a establecer comunicación a través de un monte, por debajo de un curso de agua o salvando otro tipo de obstáculos, para permitir el transporte, almacenar determinados productos o albergar conducciones.



Fig. 18.1. Túnel de El Serrallo. Granada

La construcción de un túnel suele venir motivada por la configuración topográfica del terreno: en muchas ocasiones resulta más económico perforar un túnel que rodear un determinado obstáculo, lo que obligaría a un trazado de mayor longitud y mayores costes. En el caso de ferrocarriles metropolitanos, se prefiere el transporte subterráneo porque no interfiere con el tráfico de superficie. En otros casos existen razones de tipo estético o sanitario, como en los sistemas de saneamiento y evacuación de aguas residuales. También se construyen túneles para albergar determinadas instalaciones científicas o por motivos defensivos.

Las características de cada túnel dependerán de su función, de la configuración topográfica, del tipo de terrenos a atravesar y del método de excavación elegido:

- Los métodos de excavación son muy variados. Pueden emplearse máquinas tuneladoras a sección completa, explosivos o excavación en zanja que luego se rellena. La

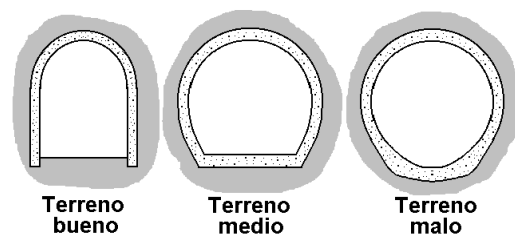


Fig. 18.2. Sección en función del tipo de terreno

elección del método dependerá de la naturaleza de los terrenos a atravesar y de los medios económicos de que se disponga.

- El trazado del túnel dependerá de la configuración topográfica y de la función del mismo. Dependiendo de ésta podemos encontrarnos con determinadas limitaciones en el trazado, relativas a la pendiente, al radio de las curvas, etc.
- La sección del túnel dependerá del estudio geológico previo, de la profundidad y de la función del mismo (figura 18.2). Estos factores condicionan, también, el tipo de revestimiento a emplear para que la obra pueda resistir las presiones del terreno.

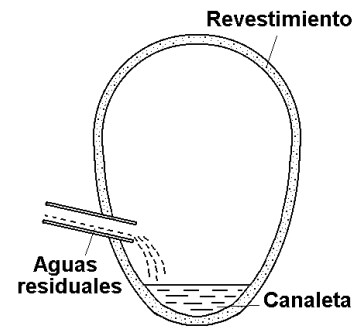


Fig. 18.3. Galería ovoide

Los túneles más sencillos están constituidos por simples tuberías enterradas, generalmente de hormigón. Se excavan en zanja, que se rellena una vez situadas las tuberías. Otras galerías de saneamiento presentan forma ovoide (figura 18.3). Suelen construirse mediante elementos prefabricados de hormigón y, habitualmente, se excavan en zanja.

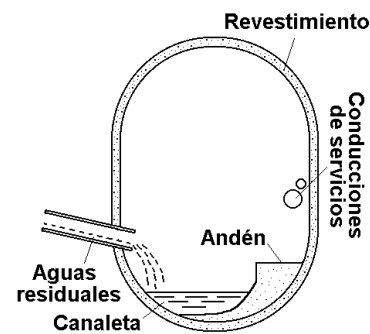


Fig. 18.4. Galería visitable

Las galerías visitables (figura 18.4) tienen un andén que permite el paso de un hombre y además de su función principal (generalmente, redes de saneamiento) permiten instalar conducciones para gas, agua o electricidad.

En otros casos se construyen grandes colectores, que recogen las aguas de todo el sistema de tuberías y galerías (figura 18.5). Suelen disponer de doble andén y se aprovechan para instalar conducciones de servicios. En todas estas obras, la pendiente del trazado debe ser compatible con la conducción de agua por gravedad.

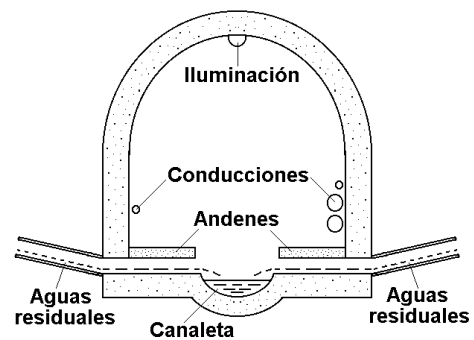


Fig. 18.5. Grandes colectores

Los túneles de carretera o autopista (figura 18.6) suelen presentar sección circular, aunque en ocasiones se prefieren secciones de otro tipo. Normalmente van revestidos y disponen de sistemas de ventilación y drenaje, de iluminación y de control y vigilancia. En ocasiones, disponen de áreas de parada. Siempre que sea posible se prefiere el trazado en línea recta. La pendiente debe ser suficiente para permitir la evacuación de las aguas por gravedad. En cualquier

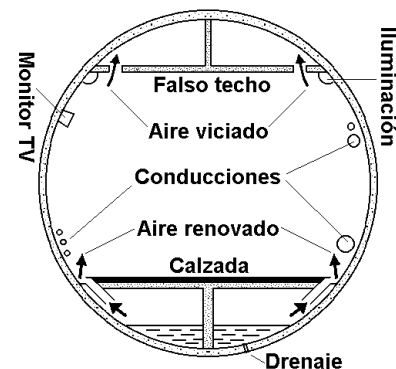


Fig. 18.6. Túnel de carretera

caso, la pendiente máxima vendrá condicionada por las limitaciones del tipo de transporte a que se destina. Por esta razón, si la diferencia de nivel entre sus extremos es grande, puede ser conveniente elegir un trazado en curva para aumentar la distancia y reducir, por tanto, la pendiente.

Los túneles para ferrocarril (figura 18.7) plantean limitaciones aun más estrictas en cuanto a la pendiente y al radio de las curvas, especialmente en líneas de ferrocarril de alta velocidad. Al igual que en los de carretera, la pendiente mínima debe ser suficiente para permitir la evacuación de las aguas por gravedad. Los túneles para ferrocarril metropolitano suelen ser poco profundos y se construyen, cuando es posible, mediante excavación en zanja y relleno. Suelen presentar sección circular, salvo en las estaciones (figura 18.8).

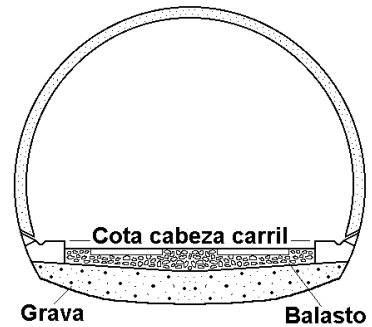


Fig. 18.7. Túnel de ferrocarril

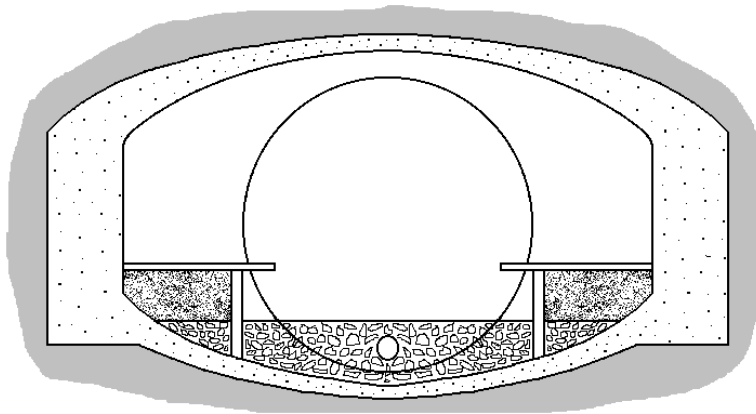


Fig. 18.8. Estación de ferrocarril metropolitano

La conducción de agua a presión desde, por ejemplo, un embalse hasta una central de producción de energía eléctrica puede hacerse mediante túneles, a veces de gran longitud y pendiente (figura 18.9). Para esta función se construyen túneles de sección variable, que siempre van revestidos.

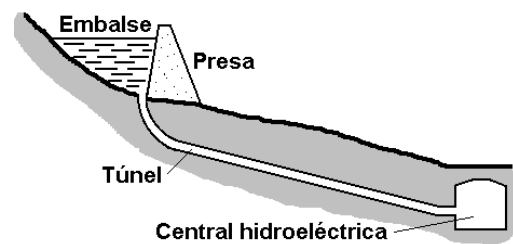


Fig. 18.9. Conducción de agua a presión

En este capítulo no entraremos en el diseño y la perforación de túneles, sino que nos limitaremos a exponer los aspectos topográficos de la construcción de este tipo de obras.

18.2.- PROYECTO DEL TÚNEL

Antes de que se pueda plantear el diseño del túnel con un mínimo de detalle, será necesario recopilar o generar toda la información relevante sobre el terreno afectado por el proyecto. Al menos, esta información supone:

- Plano topográfico a escala suficientemente grande y totalmente actualizado. Si no se dispone de esta información, será necesario realizar un levantamiento topográfico de la zona.
- Estudio geológico y geotécnico: El conocimiento de los terrenos que va a atravesar el túnel es fundamental. Se realizarán los sondeos y los ensayos que sea preciso para caracterizar y plasmar en planos y secciones la estructura geológica del terreno.

El proyecto, como en cualquier obra de ingeniería, consiste en estudiar distintas alternativas y seleccionar la más adecuada, aplicando criterios técnicos, económicos, medioambientales, etc. La solución elegida debe quedar perfectamente definida, mediante:

- Los puntos de entrada y de salida y los enlaces con los tramos anterior y posterior de la obra (carretera, ferrocarril, etc.)
- El trazado en planta, con las distintas alineaciones que lo conforman. Se indicarán longitudes, radios de curvatura, etc.
- El perfil longitudinal, tanto del terreno (denominado *perfil por montera*) como de la rasante (figura 18.10). Se indicarán las pendientes, acuerdos parabólicos, cotas, etc. Se indicarán todas las obras subterráneas con las que se cruce o a las que pueda afectar el túnel proyectado.
- Secciones: se indicarán las dimensiones, elementos, revestimiento, etc. en los distintos tramos del túnel. Se indicará el procedimiento constructivo a aplicar en cada uno de ellos.

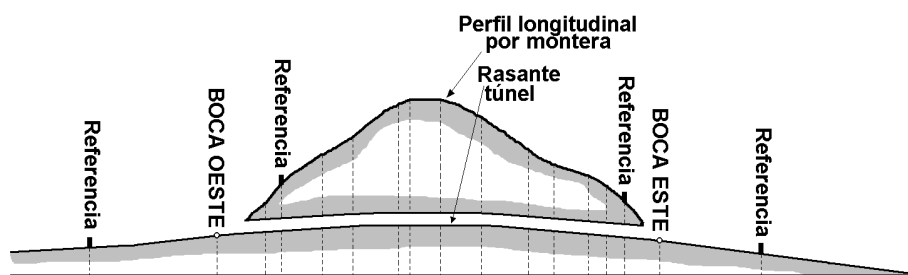


Fig. 18.10. Perfil longitudinal

La perforación del túnel puede realizarse excavando desde uno de sus extremos, únicamente, o desde los dos, simultáneamente (figura 18.11). En ocasiones, con el fin de disponer de más puntos de ataque y aumentar la velocidad de excavación, se perforan pozos o rampas que terminan en puntos intermedios de la rasante. A partir de estos puntos se perfora en dirección a los extremos del túnel.

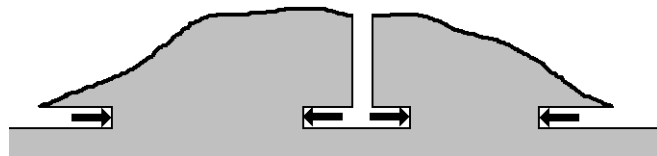


Fig. 18.11. Excavación con varios puntos de ataque

Como hemos indicado, las características de la obra dependerán de la configuración topográfica del terreno y del estudio geológico/geotécnico del mismo. El

proyecto de un túnel, como cualquier proyecto de ingeniería, se plasma en una serie de documentos: Memoria, Planos, Pliego de condiciones, Presupuesto, etc.

18.3.- TRABAJOS EN EL EXTERIOR

Los trabajos topográficos en el exterior tienen por finalidad proporcionar toda la infraestructura topográfica necesaria para la elaboración del proyecto del túnel y para el replanteo de las labores de interior. Especial importancia tiene el enlace topográfico entre los distintos puntos de ataque de la obra.

18.3.1.- Plano topográfico de base

En muchas ocasiones no se dispone de un levantamiento topográfico previo de precisión suficiente y a una escala adecuada. En estos casos se realizará un levantamiento ex-profeso de la zona. Los vértices que se hayan marcado y medido para este levantamiento, servirán además para apoyar los trabajos topográficos de precisión necesarios para realizar el enlace entre puntos de ataque y el replanteo de la obra.

El levantamiento de exterior también puede realizarse por fotogrametría aérea. En ambos casos se trata de levantamientos convencionales, que suelen limitarse a zonas relativamente reducidas en las que puede despreciarse la curvatura terrestre y la convergencia de meridianos. Sólo en el caso de túneles extraordinariamente largos podrían estos factores afectar significativamente a la obra.

18.3.2.- Enlace planimétrico entre bocas

La situación de los puntos de ataque de la obra debe marcarse en el terreno y medirse con la máxima precisión disponible. Además, para evitar la acumulación de errores en el replanteo, que podría impedir que las labores “calen” correctamente, conviene enlazar topográficamente los distintos puntos de ataque de la obra (figura 18.12). De esta forma podremos determinar conjuntamente todos los parámetros (coordenadas, acimutes, distancias) necesarios para replantear la excavación, eliminando las imprecisiones que se tendrían si nos limitamos a obtener estos datos del plano topográfico.

Para ello, una vez elegidos los puntos de ataque, podemos incluirlos en la red de triangulación de nuestro levantamiento topográfico y medirlos como si fueran vértices de la red, recalculándola si es preciso. Es habitual establecer una red en forma de cadena, con dos bases distintas, cada una en las proximidades de una de las bocas del túnel. La red se calcula y se compensa de

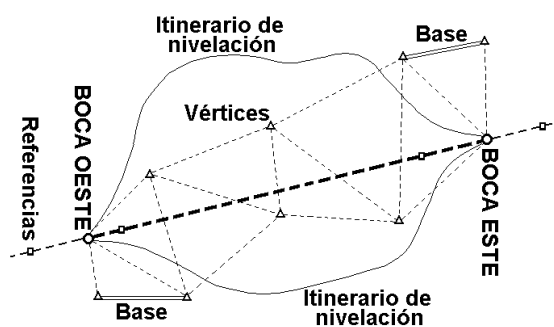


Fig. 18.12. Enlace entre bocas

la forma habitual, sirviendo la segunda base como comprobación, y se enlaza con la red geodésica.

En ocasiones se prefiere enlazar las bocas mediante un itinerario de precisión cerrado, partiendo de una de ellas. El itinerario se calcula de la forma habitual y debe enlazarse con la red geodésica. Si se dispone de equipos suficientemente precisos, el enlace también puede hacerse determinando las coordenadas de las bocas mediante GNSS.

Como resultado de este trabajo, dispondremos de las coordenadas de los puntos de ataque medidas conjuntamente y relacionadas entre sí, lo que nos permitirá acometer la excavación del túnel con las debidas garantías de precisión.

18.3.3.- Perfil por montera

El trazado del perfil longitudinal del terreno, o perfil por montera, se puede obtener del levantamiento topográfico de exterior, marcando sobre el plano el trazado previsto para el túnel. No obstante, es recomendable comprobar en exterior la dirección de la excavación, realizando (si las condiciones del terreno lo permiten) la operación denominada *paso de línea por montera*.

Para ello, y suponiendo el caso más sencillo de un túnel de trazado recto, se establecerá un itinerario de exterior encuadrado comenzando por una de las bocas y acabando en la otra. Todas las estaciones estarán situadas en el plano vertical que contiene al eje del túnel y, por tanto, las proyecciones horizontales de todos los tramos del itinerario estarán alineadas y sus acimutes coincidirán con el de la alineación que forman las dos bocas. Una vez comprobado que los errores son inferiores a la tolerancia fijada, podemos emplear este itinerario para situar una serie de *referencias* que se emplearán posteriormente para el replanteo de la excavación. El itinerario nos permitirá también situar planimétricamente posibles puntos de ataque adicionales (pozos) que no hubieran sido enlazados previamente con las otras bocas.

Si el túnel fuese en curva, o una combinación de tramos rectos y curvos, se replantean sobre el terreno las trazas de las distintas alineaciones que lo forman y, a continuación, se realiza el itinerario de exterior siguiendo estas trazas.

18.3.4.- Nivelación entre bocas

El enlace entre bocas también debe hacerse altimétricamente. Lo más recomendable es establecer una nivelación geométrica de precisión, a partir de un punto de la red de nivelación de alta precisión (REDNAP). Los itinerarios de nivelación deben ser cerrados y servirán para calcular la coordenada Z de todos los puntos de ataque de la obra, incluyendo pozos y rampas si los hubiese.

18.4.- REPLANTEO DEL EJE DEL TÚNEL

Una vez realizados los trabajos de enlace entre bocas y el paso de línea por montera, y antes de comenzar la excavación, se marca, siguiendo la alineación del eje del túnel, un mínimo de tres puntos en cada uno de los extremos. Estas *referencias* se eligen de forma que no se vean afectadas por los trabajos de excavación y se señalan de forma permanente.

Estacionando un instrumento topográfico en el punto central y visando al siguiente, tendremos materializada la alineación inicial del túnel y podremos comenzar el replanteo del mismo (figura 18.13). El tercer punto nos servirá como comprobación. A partir de ese momento, el replanteo se realiza empleando las técnicas descritas en los apartados 13.3 y 13.4.

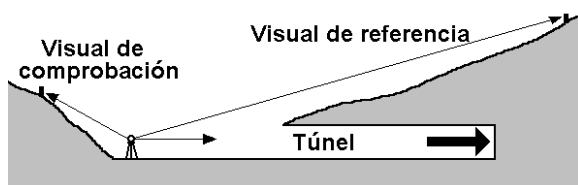


Fig. 18.13. Replanteo del eje

Por razones prácticas, especialmente la visibilidad, el replanteo en altimetría suele hacerse marcando una rasante sobreelevada una magnitud constante (1 a 1,5m) respecto a la altitud del piso teórico del túnel. Esta rasante puede señalizarse mediante una cuerda horizontal tendida entre los hastiales.

Si la excavación se realiza también a partir de un pozo intermedio la operación es más complicada. Las coordenadas de la boca del pozo se habrán determinado con precisión, comprobando que se sitúa en la vertical de la rasante del túnel y enlazándola planimétrica y altimétricamente con las bocas extremas del túnel. El pozo se excava hasta la profundidad apropiada, comprobándola mediante las técnicas de medición que se explicaron en 10.3.2 y 10.3.3.

Para poder replantear la excavación que se realiza desde el fondo del pozo debemos transmitir la orientación al interior. Para ello se emplearán los métodos descritos en 12.3. La precisión que pueden proporcionar algunos de estos métodos es limitada, por lo que deben emplearse con las debidas precauciones. Las mismas consideraciones valen para el caso de que el ataque se realice a partir de rampas intermedias. Los cálculos necesarios para proyectar la labor auxiliar y realizar el replanteo se explicaron en el capítulo 13.

18.5.- MEDICIÓN DE SECCIONES TRANSVERSALES

A medida que la excavación progresa, es preciso comprobar la sección transversal (perpendicular al eje) de la misma y compararla con la sección teórica proyectada, de forma que se puedan corregir las desviaciones que se vayan produciendo. Estas desviaciones pueden obligarnos a picar manualmente algunas zonas y/o a aumentar el espesor del revestimiento en otras, lo que a veces resulta complicado y siempre incrementa el coste de la obra. Por tanto, conviene realizar

estos controles con la debida frecuencia. La medición de secciones transversales se realiza a partir del eje del túnel, previamente replanteado y sirve también para calcular el volumen de tierras removido. Pueden emplearse los siguientes métodos:

Por abscisas y ordenadas

Se empieza por marcar dos ejes en la sección que se pretende medir: el eje Y se marca con una plomada, colgada del techo, que pasará por el eje del túnel; el eje X se marca mediante una cuerda tendida entre los hastiales y corresponde a una rasante sobreelevada (figura 18.14).

Mediante una cinta métrica medimos las coordenadas X de los puntos del perfil. La coordenada Y puede medirse con ayuda de una mira. El método es lento y sólo válido para túneles de pequeña sección.

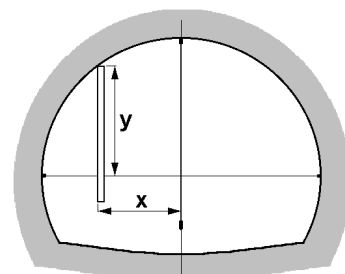


Fig. 18.14. Secciones: abscisas y ordenadas

Por radiación con un instrumento topográfico

Se estaciona un taquímetro o estación total sobre un punto conocido, normalmente el correspondiente al eje del túnel, determinando la altura del aparato (figura 18.15). Si visamos en la dirección del eje y giramos 100^g la alidada horizontal, el giro del anteojo nos materializa el plano vertical correspondiente a la sección. Visamos los puntos del perfil que interese y medimos la distancia reducida y la tangente topográfica a cada uno de ellos. A partir de esos datos, se pueden calcular las coordenadas de los puntos visados y trazar la sección correspondiente.

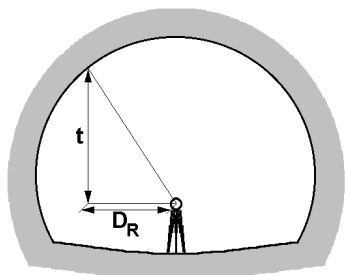


Fig. 18.15. Secciones: radiación

La operación se facilita enormemente usando estaciones totales “sin prisma”.

Con medida de ángulos

Se estaciona un instrumento topográfico fuera del perfil a medir. Se sitúan dos puntos A y B pertenecientes al perfil, cuyas coordenadas se miden desde el punto de estación (figura 18.16). También se debe materializar el perfil, por ejemplo mediante un haz láser.

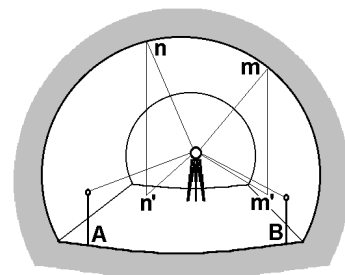


Fig. 18.16. Secciones: medida de ángulos

Para medir puntos del perfil (m , n , ...) basta visarlos y anotar los ángulos vertical y horizontal. Las coordenadas se calculan resolviendo los triángulos verticales y horizontales formados.

Por intersección

Se estacionan dos instrumentos topográficos en puntos del perfil a medir, uno de ellos en un punto de coordenadas conocidas. Se mide la distancia natural entre los puntos principales de ambos aparatos y la lectura vertical obtenida con cada uno al visar al punto principal del otro.

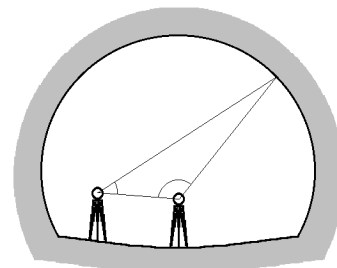


Fig. 18.17. Secciones: intersección

Visando un punto del perfil con ambos instrumentos y anotando los correspondientes ángulos verticales, tendremos datos suficientes para resolver el triángulo vertical formado y calcular las coordenadas del punto visado (figura 18.17).

Con pantómetra de túneles

Se trata de un instrumento diseñado para medir secciones, que consiste en un círculo graduado de cuyo centro sale un vástago extensible graduado para medir distancias. Se estaciona en un punto conocido y permite medir ángulos verticales y distancias naturales a puntos situados en el perfil (figura 18.18).

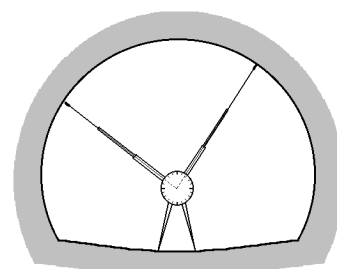


Fig. 18.18. Secciones: pantómetra de túneles

Con pantógrafos

Son instrumentos capaces de dibujar, en una mesa vertical, una figura homotética de la que recorre el extremo del sistema de barras articuladas de que van provistos (figura 18.19). Pueden emplearse para túneles de pequeña sección.

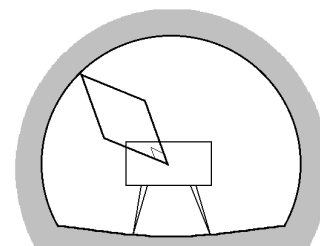


Fig. 18.19. Secciones: pantógrafo

Con perfilógrafos y perfilómetros

Se trata de aparatos diseñados para trazar perfiles. El perfilógrafo Lechartier va montado sobre una plataforma que puede moverse sobre raíles (figura 18.20). Sobre la plataforma lleva una mesa trazadora y dos focos luminosos. En la mesa disponen de dos regletas que se sitúan paralelas a los focos. Todos estos elementos se sitúan en el plano del perfil a medir. Si la intersección de los rayos luminosos se hace coincidir con un punto del perfil, la intersección de las regletas nos marcará en la mesa un punto homólogo de aquel.

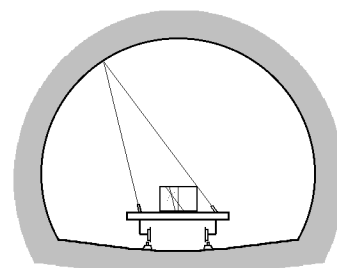


Fig. 18.20. Secciones: perfilógrafo Lechartier

El perfilógrafo Castan (figura 18.21) dispone de brazos extensibles cuyos extremos terminan en unos rodillos que se apoyan en los puntos del perfil a medir. Los

movimientos se transmiten a una mesa trazadora a medida que el aparato se va desplazando por la galería.

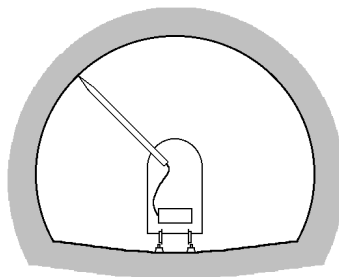


Fig. 18.21. Secciones: perfilógrafo Castan

El perfilómetro Prota (figura 18.22) dispone de un brazo extensible, que se sitúa paralelo al eje de la galería. En uno de los extremos del brazo, y perpendicular a él, se sitúa un anteojo. En el otro extremo se sitúa un espejo cuya misión es reflejar un haz láser emitido paralelamente al brazo. Si extendemos el brazo, hasta que el haz láser reflejado coincida con el punto del perfil visado por el anteojo, podremos calcular la distancia entre el centro del anteojo y el punto visado, ya que el ángulo de reflexión es fijo (y conocido) y el brazo está graduado para medir distancias. El equipo dispone de un sistema para medir ángulos cenitales.

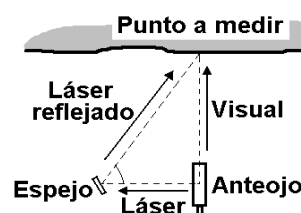


Fig. 18.22. Secciones: perfilógrafo Prota

Por fotogrametría terrestre

El trazado completo puede obtenerse a partir de fotos del perfil, materializado por un proyector láser que se estaciona en un punto del mismo.

En algunos casos se emplea una sola fotografía, tomada en la dirección del eje y con la cámara situada, aproximadamente, en el punto central del túnel para que la perspectiva cónica fotográfica se aproxime a una proyección ortogonal. Para dar escala a la imagen se sitúa, en el plano del perfil, un triángulo equilátero de 1m de lado.

Otras veces se toman y se restituyen pares fotogramétricos, situando previamente, en el plano del perfil, un mínimo de cuatro puntos conocidos y bien distribuidos. Estos puntos deben aparecer bien definidos en los fotogramas y pueden materializarse mediante miras, placas reflectantes, etc.

Mediante láser-scanner

Es un equipo capaz de, una vez estacionado en un punto conocido, medir varios miles de puntos por segundo mediante un escaneado láser. Esto permite generar una nube de puntos 3D del objeto estudiado.

18.6.- SISTEMAS DE GUIADO DE MÁQUINAS TUNELADORAS

En el caso de túneles excavados con tuneladora (TBM, *tunnel boring machine*) se emplean sistemas que permiten determinar, en tiempo real, la posición de la máquina y su dirección, es decir su inclinación respecto a la horizontal y su orientación. Estos datos se comparan con los que corresponden al trazado teórico del

túnel. Todo el proceso se controla mediante un ordenador, capaz de diseñar una nueva trayectoria que, en caso necesario, vuelva a llevar a la tuneladora al eje teórico.

Las observaciones se realizan mediante un instrumento topográfico estacionado en un punto fijo, conocido y situado en una zona estable. El instrumento se orienta mediante una visual a una referencia, situada también en zona estable. A medida que avanza el túnel, será necesario ir cambiando el punto de estación a nuevos puntos fijos situados más adelante.

Se han desarrollado distintos sistemas de guiado, de entre los que describimos brevemente los dos que se emplearon en la construcción del túnel del Canal de la Mancha:

- El sistema que empleó el equipo inglés se basa en una estación total que emite un láser visible que incide sobre un blanco electrónico montado sobre un punto fijo y conocido de la tuneladora. El sistema determina con gran precisión, mediante sensores fotoeléctricos, la posición del punto de incidencia del láser en el blanco. La dirección de la máquina se determina comparando la posición del impacto del láser al atravesar dos placas transparentes situadas en el mismo eje de la tuneladora que contiene al blanco. El cabeceo y el balanceo de la máquina se controlan mediante inclinómetros.
- El sistema que empleó el equipo francés usa una estación total motorizada que visa cada cierto tiempo dos prismas reflectores situados sobre puntos fijos y conocidos de la máquina tuneladora y toma las lecturas de ángulos y distancias. Los valores observados se comparan con los teóricos. En caso de avería, la estación robotizada puede sustituirse por una convencional. También se dispone de inclinómetros para controlar el cabeceo y el balanceo de la tuneladora.

BIBLIOGRAFÍA

- BOSQUE SENDRA, Joaquín. **Sistemas de información geográfica**. Ediciones Rialp, S.A. Madrid, 1997. ISBN: 84-321-3154-7
- ESTRUCH SERRA, Miquel. **Cartografía minera**. Ediciones UPC. Barcelona, 2001. ISBN: 84-8301-534-X
- ESTRUCH SERRA, Miquel y TAPIA GÓMEZ, Ana. **Topografía subterránea para minería y obras**. Ediciones UPC. Barcelona, 2003. ISBN: 84-8301-672-9
- FERNÁNDEZ FERNÁNDEZ, Luís. **Topografía minera**. 2ª edición. Universidad de León, 1990. ISBN: 84-7719-138-7
- GARCÍA LEÓN, GARCÍA MARTÍN y TORRES PICAZO. **gvSIG: guía para el aprendizaje autónomo**. Universidad Politécnica de Cartagena, 2013. ISBN: 978-84-616-4200-7
- GARCÍA MARTÍN, ROSIQUE CAMPOY y SEGADO VÁZQUEZ. **Topografía básica para ingenieros**. Secretariado de publicaciones Universidad de Murcia, 1994. ISBN: 84-7684-568-5
- GARCÍA MARTÍN, ROSIQUE CAMPOY y SEGADO VÁZQUEZ. **Topografía aplicada para ingenieros**. Servicio de publicaciones Universidad de Murcia, 1996. ISBN: 84-7684-749-1
- MARTÍN ASÍN, Fernando. **Geodesia y Cartografía matemática**. Editorial Paraninfo. Madrid, 1990. ISBN: 84-3980-248-X
- NÚÑEZ-GARCÍA DEL POZO, VALBUENA DURÁN y VELASCO GÓMEZ. **GPS. La nueva era de la topografía**. Ediciones de las ciencias sociales. Madrid, 1992. ISBN: 84-87510-31-0
- TATON, Robert. **Minería. Topografía subterránea. Galerías. Túneles.Subsuelo**. 3ª edición. Editorial Paraninfo. Madrid, 1981. ISBN: 84-283-1104-4



Universidad
Politécnica
de Cartagena